

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO HIDRODINÂMICO DE UM PERFIL NA ESTEIRA TURBILHONAR DE UM CILINDRO

Allan Bessa Susini Ribeiro

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Juan Bautista Villa Wanderley

Rio de Janeiro Dezembro de 2022

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO HIDRODINÂMICO DE UM PERFIL NA ESTEIRA TURBILHONAR DE UM CILINDRO

Allan Bessa Susini Ribeiro

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Orientador: Juan Bautista Villa Wanderley

Aprovada por: Prof. Juan Bautista Villa Wanderley Prof. Carlos Antônio Levi da Conceição Prof. Gilberto Bruno Ellwanger

> RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL DEZEMBRO DE 2022

Ribeiro, Allan Bessa Susini

Análise do Comportamento Hidrodinâmico de um Perfil na Esteira Turbilhonar de um Cilindro / Allan Bessa Susini Ribeiro – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2022.

XV, 118 p.: il.: 29,7 cm.

Orientador: Juan Bautista Villa Wanderley

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2022.

Referências Bibliográficas: p. 117-118.

 CFD. 2. TVD. 3. Roe-Sweby. I. Wanderley, Juan Bautista Villa. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

AGRADECIMENTOS:

À minha amada filha Laura, que tudo representa para mim, por me fazer sorrir nos momentos difíceis e por me ensinar quanto amor um coração pode carregar. Você é, e será, minha fonte inspiradora por toda a vida.

À minha esposa Clara, por ser meu alicerce ao longo desta jornada e por suportar os muitos momentos de minha ausência para que esta Pós-Graduação fosse concluída.

Aos meus pais, Zé e Rô, pela educação que me deram, por acreditarem na minha capacidade e por sempre me incentivarem.

Aos meus irmãos, Ligia e Hugo, por me mostrarem a importância de dividir e me ensinarem que a vitória não está apenas em progredir sempre.

Ao meu orientador, Professor Juan Wanderley, pela confiança depositada em meu potencial e por estar sempre disponível na orientação deste trabalho, o que tornou este caminho bem menos áspero.

À UFRJ por aceitar meu ingresso em seu seleto grupo de mestrandos.

À Marinha do Brasil por possibilitar que eu pusesse me dedicar com afinco à este trabalho

A todos os demais que contribuíram de alguma maneira para a realização deste trabalho, muito obrigado!

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO HIDRODINÂMICO DE UM PERFIL NA ESTEIRA TURBILHONAR DE UM CILINDRO

Allan Bessa Susini Ribeiro

Dezembro/2022

Orientador: Juan Bautista Villa Wanderley

Programa: Engenharia Oceânica

Este trabalho desenvolve um modelo com um perfil NACA 0012 alinhado a jusante de um cilindro e a solução numérica das equações de *Reynolds Avereged Navier-Stokes* é obtida utilizando-se o método dos volumes finitos e o esquema TVD de ROE (1984) e SWEBY (1984). O escoamento turbulento ao redor dos corpos foi simulado utilizando o modelo de turbulência κ - ω SST de MENTER (1993) e para a geração da malha computacional foi utilizada a técnica Chimera, também conhecida como Overset Mesh. No modelo desenvolvido foram considerados três afastamentos entre os corpos e três ângulos de ataques do perfil, além das simulações envolvendo o perfil isolado. Dos resultados observou-se que as propriedades hidrodinâmicas do perfil decaem quando susceptível a esteira turbilhonar do cilindro e que o comportamento das propriedades hidrodinâmicas se alteram dependendo do afastamento entre os corpos, do ângulo de ataque do perfil ou do número de Reynolds simulado. Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ANALYSIS OF THE HYDRODYNAMIC BEHAVIOR OF A PROFILE IN THE SWIRLING WAKE OF A CYLINDER

Allan Bessa Susini Ribeiro

December/2022

Advisor: Juan Bautista Villa Wanderley

Department: Ocean Engineering Program

This work develops a model with a NACA 0012 profile aligned downstream of a cylinder and the numerical solution of the Reynolds Avereged Navier-Stokes equations is obtained using the finite volume method and the TVD scheme of ROE (1984) & SWEBY (1984). The turbulent flow around the bodies was simulated utilizing the MENTER (1993) κ - ω SST turbulence model. The Chimera technique, also known as Overset Mesh, was used to generate the computational mesh. In the developed model, three distances between the bodies and three attack angles of the profile were considered, in addition to the simulations involving the isolated profile. From the results, it was observed that the hydrodynamic properties of the profile decay when susceptible to the swirling wake of the cylinder. Also was observed that the behavior of the hydrodynamic properties changes depending on the distance between the bodies, the angle of attack of the profile or the simulated Reynolds number.

SUMÁRIO

1. Int	roduç	ção	1
2. Re	visão	Bibliográfica	3
2.1.	Sep	paração da Camada Limite	5
2.2.	Gei	ração e Desprendimento de Vórtices em Corpos Cilíndricos	8
2.3.	Nú	mero de Strouhal	11
2.4.	Gei	ração e Desprendimento de Vórtices em Corpos Aerodinâmicos - OK	12
3. Mo	odela	gem Matemática	15
3.1.	Equ	lações governantes	15
3.2.	Esc	coamentos Levemente Compressíveis	18
3.3.	Mo	delos Numéricos em CFD	23
3.4.	Mo	delos de Turbulência	24
3.5.	Co	ndições de Contorno	26
3.6.	OF	Perfil NACA de Quatro Dígitos	28
4. Me	etodo	logia	31
4.1.	1ª E	Etapa	32
4.1	.1.	Modelagem da Geometria dos Corpos	32
4.1	.2.	Seleção da Malha	32
4.2.	2ª H	Etapa	33
4.2	2.1.	Implementação do Chimera	33
4.3.	3ª E	Etapa	33
4.3	5.1.	Resultados Perfil Isolado	34
4.3	5.2.	Resultados Corpos Alinhados	34
4.4.	4 ^a I	Etapa	36
4.4	.1.	Análise dos resultados	36
5. Mo	odela	gem Numérica	37
5.1.	Mé	todo dos Volumes Finitos	37
5.2.	AN	Malha Computacional	39
5.2	2.1.	Geração da Malha do Perfil	39
5.2	2.2.	Geração da Malha do Cilindro	41
5.2	2.3.	Teste de Convergência da Malha Tipo "c"	43
5.2	2.4.	Teste de Independência de Domínio Fluido para a Malha Tipo "c" - OK	.45
5.2	2.5.	Teste de Convergência da Malha Tipo "o"	46

	5.2.6.	Implementação do Chimera	. 48
	5.2.7.	Validação do Chimera	. 52
6.	Resultad	los e Discussão	. 56
6	.1. Sim	ulações Perfil NACA 0012 Isolado	. 56
	6.1.1.	Perfil com Ângulo de Ataque Zero Grau	. 56
	6.1.2.	Perfil com ângulo de Ataque Dez Graus	. 58
	6.1.3.	Perfil com Ângulo de Ataque Vinte Graus	. 62
	6.1.4.	Variação do Coeficiente de Arrasto	. 65
	6.1.5.	Variação do Coeficiente de Sustentação	. 70
6	.2. Sim	ulações Cilindro Alinhado com Perfil NACA 0012	. 72
	6.2.1.	Cilindro Alinhado Com Perfil e Ângulo de Ataque Zero Grau	. 72
	6.2.1.	1. Afastamento 2,5D	. 72
	6.2.1.	2. Afastamento 3,5D	. 76
	6.2.1.	3. Afastamento 4,5D	. 79
	6.2.1.	4. Variação do Coeficiente de Arrasto	. 80
	6.2.1.	5. Variação do Coeficiente de Sustentação	. 84
	6.2.1.	6. Variação do Número de Strouhal	. 85
	6.2.2.	Cilindro Alinhado Com Perfil e Ângulo de Ataque Dez Graus	. 86
	6.2.2.	1. Afastamento 2,5D	. 86
	6.2.2.	2. Afastamento 3,5D	. 89
	6.2.2.	3. Afastamento 4,5D	. 90
	6.2.2.	4. Variação do Coeficiente de Arrasto	. 92
	6.2.2.	5. Variação do Coeficiente de Sustentação	. 95
	6.2.2.	6. Variação do Número de Strouhal	. 97
	6.2.3.	Cilindro Alinhado Com Perfil e Ângulo de Ataque Vinte Graus	. 98
	6.2.3.	1. Afastamento 2,5D	. 98
	6.2.3.	2. Afastamento 3,5D	101
	6.2.3.	3. Afastamento 4,5D	103
	6.2.3.	4. Variação do Coeficiente de Arrasto	105
	6.2.3.	5. Variação do Coeficiente de Sustentação	108
	6.2.3.	6. Variação do Número de Strouhal	110
7.	Conclus	ão	112
7	.1. Per	fil NACA 0012 isolado	112
7	.2. Pert	fil NACA 0012 Sob Interferência do Cilindro	113

	7.3.	Considerações e Trabalhos Futuros	115
8.	R	Leferências Bibliográficas	117

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Escoamento perfil alto Re (PRITCHARD, 2011)	4
Figura 2.2: Escoamento cilindro alto Re (adaptado de INCROPERA et al., 2006)	5
Figura 2.3: Perfil de velocidade gradiente de pressão favorável (MENEGHINI, 2002)	7
Figura 2.4: Perfil de velocidade gradiente de pressão adverso (MENEGHINI, 2002)	7
Figura 2.5: Modelo de Geração de vórtices de Gerrard (GERRARD, 1966)	9
Figura 2.6: Regimes de escoamento cilindros circulares (LIENHARD,1966)	9
Figura 2.7: Desenvolvimento de um perfil aerodinâmico (internet)	13
Figura 2.8: Escoamento perfil a baixo ângulo de ataque (internet)	14
Figura 2.9: Escoamento perfil a alto ângulo de ataque (internet)	14
Figura 3.1: Esquemático do domínio computacional e suas fronteiras	27
Figura 3.2: Nomenclatura básica de um perfil	28
Figura 3.3: Perfil NACA 0012	29
Figura 3.4: Perfil NACA 6412	30
Figura 4.1: Etapas do estudo	31
Figura 5.1: Esquema de discretização do domínio fluido	37
Figura 5.2: Esquema para o cálculo dos vetores áreas	38
Figura 5.3: Esquemas para cálculo do volume do volume de controle	38
Figura 5.4: Domínio computacional para geração da malha tipo "c" (adaptado	de
FLETCHER, 1988)	39
Figura 5.5: Malha tipo "c" típica – 0 graus	40
Figura 5.6: Malha tipo "c" típica – 25 graus	41
Figura 5.7: Domínio computacional para geração da malha tipo "o" (adaptado	de
FLETCHER, 1988)	42
Figura 5.8: Malha tipo "o" típica	42
Figura 5.9: Malha tipo "c" – MC4	44
Figura 5.10: Refinamento da Malha tipo "c" – MC4	44
Figura 5.11: Malha tipo "c" – MC5	45
Figura 5.12: Malha tipo "c" – MC6	46
Figura 5.13: Malha tipo "o" – MO3	48
Figura 5.14: Transmissão – malha principal (preto) e secundária (vermelho)	50
Figura 5.15: Fronteira malha secundaria (vermelho) e malha principal (preto)	50
Figura 5.16: Domínio computacional - elementos para extrapolação	51

Figura 5.17: Delimitação da região de transmissão	. 52
Figura 5.18: Esteira por razões de espaçamento p/d (AFGAN et al., 2011)	. 52
Figura 5.19: Campos de pressão para os corpos isolados	. 53
Figura 6.1: Coef. pressão – perfil isolado – 0 grau – <i>Re</i> 5x103	. 57
Figura 6.2: Séries temporais – perfil isolado – 0 grau – <i>Re</i> 5x103	. 57
Figura 6.3: Vorticidade e Séries temporais – perfil isolado – 0 grau – $Re 5x105$. 58
Figura 6.4: Vorticidade e Séries temporais – perfil isolado – 0 grau – $Re 1x106$. 58
Figura 6.5: Coef. pressão – perfil isolado – 10 grau – <i>Re</i> 5x103	. 59
Figura 6.6: Vorticidade – perfil isolado – 10 grau – <i>Re</i> 5x103	. 59
Figura 6.7: Coef. pressão – perfil isolado – 10 grau – <i>Re</i> 5x105	. 60
Figura 6.8: Vorticidade – perfil isolado – 10 grau – <i>Re</i> 1x106	. 60
Figura 6.9: Séries temporais – perfil isolado – 10 grau – <i>Re</i> 1x106	. 60
Figura 6.10: Séries Temporais – perfil isolado – 10 grau – Re 5x103	. 61
Figura 6.11: Coeficientes no domínio da frequência - perfil isolado - 10 grau	s –
Re 5x103	. 62
Figura 6.12: Coef. pressão – perfil isolado – 20 graus – Re 5x103	. 63
Figura 6.13: Vorticidade – perfil isolado – 20 graus – Re 5x103	. 63
Figura 6.14: Séries temporais – perfil isolado – 20 graus – Re 5x103	. 64
Figura 6.15: Coeficientes no domínio da frequência - perfil isolado - 20 grau	s –
<i>Re</i> 5 <i>x</i> 103	. 64
Figura 6.16: Comportamento do arrasto em função de Reynolds	. 65
Figura 6.17: Coef. arrasto – perfil isolado – 0 grau	. 66
Figura 6.18: Coef. arrasto – perfil isolado – 10 graus	. 67
Figura 6.19: Coef. arrasto – perfil isolado – 20 graus	. 67
Figura 6.20: Coef. arrasto – perfil isolado	. 68
Figura 6.21: Coef. arrasto – perfil isolado – <i>Re</i> 5x103	. 69
Figura 6.22: Coef. arrasto – perfil isolado – <i>Re</i> 5x105 e <i>Re</i> 1x106	. 69
Figura 6.23: Coef. sustentação – perfil isolado	. 70
Figura 6.24: Coef. sustentação – perfil isolado – 0 grau	. 71
Figura 6.25: Coef. sustentação – perfil isolado – 10 graus	. 72
Figura 6.26: Coef. sustentação – perfil isolado – 20 graus	. 72
Figura 6.27: Vorticidade – alinhado – 0 grau – 2,5D – <i>Re</i> 5x103	. 73
Figura 6.28: Linhas de corrente – entre corpos – 0 grau – $2,5D - Re 5x103$. 73

Figura 6.29: Vorticidade – alinhado – 0 grau – $2,5D - Re 5x105$
Figura 6.30: Coef pressão – alinhado – 0 grau – $2,5D - Re \ 1x106$
Figura 6.31: Séries temporais – alinhado – 0 grau – 2,5D – $Re 5x105$ e $Re 1x10675$
Figura 6.32: Coeficientes no domínio da frequência - alinhado - 0 grau - 2,5D -
<i>Re</i> 5 <i>x</i> 105 e <i>Re</i> 1 <i>x</i> 106
Figura 6.33: Vorticidade – alinhado – 0 grau – 3,5D – <i>Re</i> 5x103
Figura 6.34: Coef. pressão – alinhado – 0 grau – 3,5D – <i>Re</i> 5 <i>x</i> 103
Figura 6.35: Séries temporais – alinhado – 0 grau – $3,5D - Re 5x103$
Figura 6.36: Coeficientes no domínio da frequência - alinhado - 0 grau - 3,5D -
<i>Re</i> 5 <i>x</i> 10378
Figura 6.37: Coef. pressão – alinhado – 0 grau – 4,5D – <i>Re</i> 5 <i>x</i> 103
Figura 6.38: Vorticidade – alinhado – 0 grau – $4,5D - Re 5x103$
Figura 6.39: Coef. arrasto x Reynolds – alinhado – 0 grau 80
Figura 6.40: Variação Coef. arrasto e componentes x Reynolds – alinhado – 0 grau 81
Figura 6.41: Variação Coef. arrasto e componentes x Distância – alinhado – 0 grau 82
Figura 6.42: Variação Coef. arrasto (%) x Reynolds – alinhado – 0 grau
Figura 6.43: Variação Coef. arrasto (%) x Distância – alinhado – 0 grau
Figura 6.44: Coef. sustentação e componentes x Reynolds – alinhado – 0 grau 84
Figura 6.45: Coef. sustentação e componentes x Distância – alinhado – 0 grau 84
Figura 6.46: Número de Strouhal x Reynolds – alinhado – 0 grau 85
Figura 6.47: Relação Número de Strouhal x Reynolds – cilindro
Figura 6.48: Coef. pressão – alinhado – 10 graus – 2,5D – <i>Re</i> 5x103 86
Figura 6.49: Vorticidade – alinhado – 10 graus – 2,5D – <i>Re</i> 5x103 e <i>Re</i> 1x106 87
Figura 6.50: Coef. pressão – alinhado – 10 graus – 2,5D – <i>Re</i> 5x105 e <i>Re</i> 1x106 87
Figura 6.51: Séries temporais – alinhado – 10 graus – $2,5D - Re 5x103$
Figura 6.52: Séries temporais – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re 5x105$
Figura 6.53: Séries temporais – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re \ 1x106$
Figura 6.54: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $3,5D - Re 5x103 \dots 89$
Figura 6.55: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $3,5D - Re 5x105 \dots 89$
Figura 6.56: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $3,5D - Re \ 1x106 \dots 90$
Figura 6.57: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $4,5D - Re 5x103 \dots 91$
Figura 6.58: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $4,5D - Re 5x105 \dots 91$
Figura 6.59: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $4,5D - Re \ 1x106 \dots 91$

Figura 6.65: Coef. sustentação e componentes x Reynolds - alinhado - 10 graus 95 Figura 6.70: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 2,5D – Re 5x103 ... 99 Figura 6.71: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 2,5D – Re 5x105 ... 99 Figura 6.72: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – $2,5D - Re 1x106 \dots 99$ Figura 6.73: Séries temporais – alinhado – 20 graus – 2,5D - Re 5x103 100 Figura 6.74: Séries temporais– alinhado – 20 graus – 2,5D - Re 5x105 100 Figura 6.75: Séries temporais – alinhado – 20 graus – $2,5D - Re \ 1x106 \dots 101$ Figura 6.76: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 3,5D - Re 5x103. 102 Figura 6.77: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 3,5D – Re 5x105. 102 Figura 6.78: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 3,5D - Re 1x106. 102 Figura 6.79: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 4,5D - Re 5x103. 103 Figura 6.80: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 4,5D - Re 5x105. 104 Figura 6.81: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 4,5D – Re 1x106. 104 Figura 6.82: Coef. arrasto x Reynolds – alinhado – 20 graus 105 Figura 6.83: Coef. arrasto e componentes x Distância – alinhado – 20 graus...... 106 Figura 6.84: Coef. arrasto e componentes x Reynolds – alinhado – 20 graus...... 106 Figura 6.85: Variação Coef. arrasto (%) x Reynolds – alinhado – 20 grau...... 107 Figura 6.86: Variação Coef. arrasto (%) x Distância – alinhado – 20 grau...... 107 Figura 6.87: Coef. sustentação e componentes x Reynolds – alinhado – 20 graus 108 Figura 6.88: Coef. sustentação e componentes x Distância – alinhado – 20 graus 109 Figura 6.89: Variação Coef. sustentação (%) x Reynolds – alinhado – 20 graus 109 Figura 6.90: Variação Coef. sustentação (%) x Distância – alinhado – 20 grau 110 Figura 6.91: Número de Strouhal x Reynolds – alinhado – 20 graus...... 111

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Matriz de Simulações	. 35
Tabela 5.1 – Parâmetros representativos (CHIAPPINI et al., 2020)	. 43
Tabela 5.2 – Malhas do tipo "c" testadas quanto ao refinamento	. 43
Tabela 5.3 – Resultados do refinamento para a malha tipo "c"	. 44
Tabela 5.4 – Malhas do tipo "c" testadas quanto a independência do domínio fluido	. 46
Tabela 5.5 – Resultados para a independência do domínio fluido da malha tipo "c"	. 46
Tabela 5.6 – Parâmetros representativos (FINNEMORE, 2002)	. 47
Tabela 5.7 – Malhas do tipo "o" testadas quanto ao refinamento	. 47
Tabela 5.8 – Resultados do refinamento para a malha tipo "o"	. 48
Tabela 5.9 – Resultados corpos afastados (Chimera) e os corpos isolados	. 53
Tabela 5.10 – Simulações realizadas visando repetir PATINO (2013)	. 54
Tabela 5.11 – Comparação resultados PATINO (2013) para <i>Re</i> 500	. 54
Tabela 5.12 – Comparação resultados PATINO (2013) para <i>Re</i> 600	. 54
Tabela 5.13 – Comparação resultados perfil isolado a <i>Re</i> 500	. 55
Tabela 5.14 – Comparação resultados perfil isolado a <i>Re</i> 600	. 55
Tabela 5.15 – Diferença coeficientes do perfil alinhado	. 55
Tabela 6.1 – Configurações de hardware e software utilizados	. 56
Tabela 6.2 – Coeficientes – perfil isolado – 0 grau	. 58
Tabela 6.3 – Coeficientes – perfil isolado – 10 graus	. 61
Tabela 6.4 – Resultados – perfil isolado – 10 graus	. 62
Tabela 6.5 – Coeficientes – perfil isolado – 20 graus – <i>Re</i> 5x103	. 64
Tabela 6.6 – Resultados – perfil isolado – 20 graus	. 65
Tabela 6.7 – Resultados – alinhado – 0 grau – 2,5D	. 76
Tabela 6.8 – Resultados – alinhado – 0 grau – 3,5D	. 78
Tabela 6.9 – Resultados – alinhado – 0 grau – 4,5D	. 80
Tabela $6.10 - Variação do coeficiente de arrasto - alinhado - 0 grau$. 83
Tabela 6.11 – Resultados – alinhado – 10 graus – 2,5D	. 89
Tabela 6.12 – Resultados – alinhado – 10 graus – 3,5D	. 90
Tabela 6.13 – Resultados– alinhado – 10 graus – 4,5D	. 92
Tabela 6.14 – Variação do coeficiente de arrasto – alinhado – 10 graus	. 95
Tabela 6.15 – Variação do coeficiente de sustentação – alinhado – 10 graus	. 97
Tabela 6.16 – Resultados – alinhado – 20 graus – 2,5D	101

Tabela 6.17 – Resultados – alinhado – 20 graus – 3,5D	103
Tabela 6.18 – Resultados e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 4,5D	104
Tabela 6.19 – Variação do coeficiente de arrasto – alinhado – 20 graus	107
Tabela 6.20 – Variação do coeficiente de sustentação – alinhado – 20 graus	110

1. Introdução

No pós segunda guerra mundial, a necessidade de reconstrução e abastecimento de grande parte da Europa somado aos avanços tecnológicos experimentados no período, fizeram com que os navios passassem a exercer um papel de destaque no transporte de mercadorias pelo mundo. Ao mesmo tempo, a aviação comercial e militar sofreu um grande avanço principalmente na área da propulsão, o que tornou imperativo a necessidade de melhorias nas características de manobra e controle dos meios

Com isso, na tentativa de melhorar os meios aéreos e navais, os aerofólios que até 1959 eram desenvolvidos na base da tentativa e erro, passaram a ser largamente estudados.

Diversas ferramentas para a análise do comportamento aerodinâmico de perfis foram desenvolvidas, dentre as quais podemos destacar os ensaios em túneis de vento e em tanques de reboque e as simulações fluidodinâmicas computacionais, mais conhecidas como CFD (*computational fluid dynamics*).

Os ensaios e testes em túneis de vento e tanques de reboque, por exemplo, podem apresentar maior confiabilidade dos resultados quando comparados aos métodos numéricos, no entanto, a sua execução ainda apresenta uma série de erros e incertezas e consiste em procedimentos demorados e que demandam elevados custos.

Por outro lado, os métodos numéricos permitem uma análise relativamente rápida e com custos inferiores.

Uma das principais diferenças entre o emprego de perfis na indústria aeronáutica e na indústria naval é que na indústria aeronáutica os perfis são situados de forma a desenvolverem a sua plenitude aerodinâmica, ou seja, normalmente são empregados em locais livres da interferência de outros partes da aeronave, enquanto que no meio naval, a utilização de perfis a jusante de corpos rombudos é largamente empregada. Os lemes, por exemplo, são comumente posicionados na parte da popa do navio e com isso ficam suscetíveis às interferências provocadas por eixos, pés de galinha, hélices e até mesmo pelo próprio casco.

É comum que quando um fluido contorna um corpo rombudo ocorra uma separação do escoamento e desprendimento de vórtices na sua esteira. Conforme um ou mais corpos são colocados a jusante deste corpo, estes ficam suscetíveis as interferências oriundas daquele corpo e da sua esteira. Por conseguinte, Esta interferência, em sua maioria, deverá modificar as características físicas do escoamento ao redor do novo corpo e da sua esteira.

O nível de interferência sofrida pelos corpos a jusante é predominantemente determinado pela proximidade entre os corpos e pelo número de Reynolds. Para se ter uma noção deste nível de influência, de acordo com PATINO (2013), um perfil NACA 0012, com ângulo de ataque de dez graus, suscetível a um escoamento com número de Reynolds (*Re*) 600, alinhado a jusante de um cilindro de diâmetro igual a sua espessura e distanciado dele três vezes e meia este diâmetro sofre um decréscimo de aproximadamente 35% em seu coeficiente de arrasto médio quando comparado ao perfil isolado para o mesmo número de Reynolds.

Apesar do frequente emprego de perfis sob interferência de outros corpos em diversas áreas, como grande parte dos estudos de perfis é destinado a aplicação aeronáutica, não são observados na literatura muitos estudos que contemplem este tipo de sistema.

Pensando nisso, com o intuito de conhecer melhor o comportamento hidrodinâmico de perfis sob a interferência de outros corpos, realizou-se este trabalho que consiste na simulação numérica do comportamento de um perfil NACA 0012 na esteira turbilhonar de um cilindro utilizando CFD.

Assim, pôde-se estabelecer uma relação entre as características físicas do escoamento ao redor do perfil NACA 0012, com e sem interferência, com respeito ao número de Reynolds, ao ângulo de ataque e a distância entre os corpos.

Desta maneira, com a conclusão deste trabalho, espera-se ter podido contribuir de alguma forma com a escassa literatura relacionada à análise de perfis sob interferência de outros corpos.

2

2. Revisão Bibliográfica

Buscando compreender a dinâmica do escoamento ao redor de corpos sólido, os efeitos gerados por ele e a sua interação com o corpo, este tema é constantemente objeto de estudos experimentais e numéricos. Esses estudos são importantes pois fornecem informações pertinentes a respeito dos diversos fenômenos que podem ser observados na fluidodinâmica.

Na tentativa de entender melhor estes fenômenos, em 1855, George Gabriel Stokes introduziu o conceito de um número adimensional para avaliar o regime de escoamento de um determinado fluido sobre uma superfície, entretanto, este número, que hoje conhecemos como número de Reynolds, só foi popularizado por Osborne Reynolds em 1883.

O número de Reynolds relaciona as forças inerciais com as forças viscosas e é definido como:

$$Re = \frac{\rho U_{\infty}L}{\mu} \tag{2.1}$$

onde U_{∞} é a velocidade característica do escoamento, ρ é a massa específica do fluido, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e *L* é a dimensão característica do corpo, no caso de um cilindro, o seu diâmetro.

Os diferentes regimes de escoamento ao redor de um corpo são caracterizados pelo número de Reynolds. Assim sendo, para baixos números de Reynolds, as forças viscosas do escoamento prevalecem sobre as inerciais. Neste caso, o escoamento é laminar. Conforme o número de Reynolds aumenta, as forças viscosas diminuem e as forças inerciais prevalecem, assim o escoamento torna-se turbulento.

Para MUNSON, et al., (2004), na ausência de todos os efeitos viscoso, o número de Reynolds é infinito, enquanto que na ausência de todos os efeitos de inércia, o número de Reynolds é nulo.

Além do número de Reynolds, podemos destacar o número de Mach (*Ma*) como um dos adimensionais mais importantes, pois trata-se de um número que caracteriza o escoamento em relação a sua compressibilidade. Ele é definido como a razão entre a velocidade característica do escoamento (U_{∞}) e a velocidade do som (*C*):

$$Ma = \frac{U_{\infty}}{C} \tag{2.2}$$

Para Ma < 0,3 o escoamento é incompressível, para 0,3 < Ma < 1, o escoamento é dito como compressível, agora, com Ma = 1 o escoamento é tido como sônico e com Ma > 1 o escoamento é considerado hipersônico.

Neste capitulo são apresentadas conceitos físicos e matemáticos empegados para analisar a dinâmica do escoamento ao redor de corpos aerodinâmicos e rombudos, que de acordo com MENEGHINI (2002), é definido como sendo aquele que, no caso de ser imerso em uma corrente de fluido, gera separação do escoamento em uma porção considerável de sua superfície.

Na Figura 2.1 e Figura 2.2 podemos observar uma série de fenômenos que ocorrem quando um fluido escoa, a um alto número de Reynolds, em torno de um corpo sólido.



Figura 2.1: Escoamento perfil alto Re (PRITCHARD, 2011)

Segundo PRITCHARD (2011), podemos observar que o escoamento de corrente livre (U) divide-se no ponto de estagnação (*stagnation point*) e contorna o corpo. Devido à condição de não escorregamento da superfície do corpo, o fluido que está em contato com ela adquire a sua velocidade, com isso, tensões cisalhantes formam nas superfícies, superior e inferior do corpo, as chamadas camadas limites. Um leve deslocamento das linhas de corrente (*streamlines*) é causado pelo crescimento das camadas limites sobre as superfícies.

O escoamento da camada limite é inicialmente laminar (LBL) e a transição (T) para o escoamento turbulento ocorre a alguma distância do ponto de estagnação e depende das condições de corrente livre, da rugosidade da superfície e do gradiente de pressão, sendo que a camada limite turbulenta (TBL) que se desenvolve após a transição cresce de forma mais acentuada que a camada limite laminar.

Em uma região de pressão crescente, para um aumento de pressão grande o suficiente (gradiente de pressão adverso), o fluido pode retardar a velocidade a um valor nulo ou mesmo tornar-se invertido, neste caso, o fluxo é dito como sendo separado da

superfície. Com isso, o fluido que estava nas camadas limites da superfície do corpo formam a esteira viscosa (*viscouswake*) atrás dos pontos de separação (*S*).



Figura 2.2: Escoamento cilindro alto Re (adaptado de INCROPERA et al., 2006)

O efeito da geometria do corpo torna-se importante pois ela contribui para determinar a natureza do processo de separação. A separação pode ocorrer em um canto vivo, um bordo de fuga chanfrado, ou em uma superfície contínua com fluido sujeito a um gradiente adverso de pressão. Neste último caso haverá uma influência do número de Reynolds, já que em uma superfície contínua sem pontos fixos de separação a posição em que esta última ocorrerá é altamente dependente de Reynolds. No entanto, deve ser lembrado que alguma influência no número de Reynolds poderá ocorrer também quando este influencia o desenvolvimento da camada cisalhante (MENEGHINI, 2002).

2.1. Separação da Camada Limite

Quando um fluido escoa sobre uma superfície sólida, o fluido imediatamente em contato com a parede adere à mesma. Observa-se também, que se a viscosidade for pequena, o aumento da velocidade, de zero para o valor do escoamento externo, ocorrerá numa região estreita. É nesta camada estreita que as forças de atrito se fazem importante, retardando o fluido de sua velocidade externa para um completo repouso na parede. Esta região estreita é chamada de camada limite. (FREIRE, 1990)

O escoamento do fluido numa região próximo a parede é basicamente determinado por três fatore. Ele é desacelerado pelo atrito na parede, é mantido no sentido do escoamento pelo escoamento externo e é retardado pelo gradiente de pressão adverso.

As forças de atrito e a condição de não escorregamento são responsáveis pela pequena velocidade das partículas junto à parede do corpo, logo a energia e a quantidade de movimento destas partículas podem não ser suficientes para fazerem elas resistirem por muito tempo contra um gradiente de pressão adverso. Após serem levadas ao repouso e a um escoamento reverso, elas são responsáveis por fazer com que o escoamento que ainda permanecia no sentido original seja forçado a se descolar da superfície do corpo movendo-se para dentro do escoamento principal gerando um considerável aumento da espessura da camada limite.

Este ponto de separação é definido como o limite entre o fluxo na direção do escoamento e o fluxo na direção oposta a ele na vizinhança da parede do corpo. Matematicamente esta expressão é determinada pela condição de que o gradiente de velocidade normal a parede seja nulo, isto é:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{parede} = 0 \tag{2.3}$$

Em geral, após o ponto de separação as partículas de fluido seguem o gradiente de pressão se movendo em uma direção oposta à direção do escoamento principal.

Considerando a hipótese de que a espessura da camada limite é bastante pequena quando comparada à dimensão linear do corpo, surgem das equações de Navier-Stokes, as equações da camada limite de Prandtl apresentadas abaixo. As equações foram inteiramente deduzidas em FREIRE (1990). As suas simplificações matemáticas foram capazes de reduzir o grau das equações de Navier-Stokes transformando um sistema de equações elípticas em um sistema de equações parabólicas.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
(2.5)

onde U = U(x) é conhecido do escoamento externo.

Estas equações devem satisfazer as seguintes condições de contorno:

$$y = 0 \quad : \quad u = v = 0 \tag{2.6}$$

$$y \to \infty \quad : \quad u = U \tag{2.7}$$

Aplicando a condição de contorno u = v = 0 na Equação (2.5), implica que em y = 0 tem-se:

$$u\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{y=0} = \frac{dp}{dx}$$
(2.8)

onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

A Equação (2.8) nos mostra que nas imediações da parede do corpo a curvatura do perfil de velocidade é totalmente definido pelo gradiente de pressão. Outro ponto que devemos observar, é que, independente do gradiente de pressão, no limite externo da camada limite, deveremos sempre ter uma curvatura negativa do perfil de velocidades, que deve tender a zero quando $y \rightarrow \infty$.

MENEGHINI (2002), explica que para uma região com gradiente de pressão favorável (dp/dx < 0), a segunda derivada da velocidade parte de um valor negativo e tende para zero, como ela varia monotonicamente, a curvatura do perfil de velocidades será sempre negativa. Para esta condição, como podemos observar na Figura 2.3, nunca será possível que a primeira derivada seja zero na parede, ou seja, que tenhamos separação da camada limite.



Figura 2.3: Perfil de velocidade gradiente de pressão favorável (MENEGHINI, 2002)

Já para o gradiente de pressão adverso (dp/dx > 0), a segunda derivada da velocidade parte de um valor positivo, torna-se negativa e só então tende assintoticamente para zero, como podemos observar na Figura 2.4. O ponto em que $\partial^2 u/\partial y^2 = 0$ corresponde a um ponto de inflexão no perfil de velocidade, o que permite a existência de $\partial u/\partial y = 0$ na parede, ou seja, possibilita que haja uma separação da camada limite. Logo, podemos deduzir que a única possibilidade de ocorrer a separação da camada limite é com um gradiente de pressão adverso, ou seja, o coeficiente de pressão adverso é uma condição necessária, mas não suficiente para ocorrer a separação da camada limite.



Figura 2.4: Perfil de velocidade gradiente de pressão adverso (MENEGHINI, 2002)

2.2. Geração e Desprendimento de Vórtices em Corpos Cilíndricos

O escoamento em torno de um cilindro circular isolado é uma das formas mais simples de estudo de escoamento ao redor de corpos rombudos, porém, com ele é possível entender um dos fenômenos mais importantes da mecânica dos fluidos, a esteira de Von Kármán, cujo fenômeno consiste no desprendimento de vórtices com padrão oscilatório na região posterior do corpo por onde o fluido escoa.

Segundo NORBERG (2003), durante o escoamento ao redor de corpos rombudos, a separação do escoamento faz com que se formem duas camadas cisalhantes de vorticidades opostas na região imediatamente posterior do corpo. A interação destas camadas cisalhantes de vorticidades opostas representa a razão essencial da formação dos vórtices na esteira.

De acordo com GERRARD (1966), inicialmente se forma um vórtice que cresce continuamente devido à camada cisalhante ao qual ele está conectado. Em determinado momento, devido à sua intensidade, este vórtice começa a atrair a camada cisalhante oposta, a atração entre as duas camadas interrompe a alimentação de circulação do vórtice em crescimento desconectando-o da camada que o alimenta, com isso a camada cisalhante oposta se conecta a jusante do corpo formando o crescimento de um novo vórtice.

A Figura 2.5 representa o esquema do modelo de formação de vórtices de Gerrard, no qual mostra as trajetórias que a camada cisalhante que é atraída pelo vórtice em crescimento pode seguir. Na trajetória 'a' o fluido rotaciona com o vórtice em crescimento ajudando a diminuir a circulação nele devido a sua vorticidade oposta. Com a diminuição da energia de circulação do vórtice o fluido deixa de ser atraído por ele e passa a adquirir a trajetória 'b', na qual o fluido se move em direção a camada cisalhante oposta causando a interrupção da alimentação de energia para a formação do vórtice, com isso o vórtice se desprende da camada cisalhante ao qual estava unido. Por fim, com o desprendimento do vórtice, o fluido adquire a trajetória 'c' retornando para a região junto ao corpo e contribuindo para a formação de um novo vórtice, desta vez na parte inferior do corpo, fechando deste modo o ciclo de formação de vórtices.



Figura 2.5: Modelo de Geração de vórtices de Gerrard (GERRARD, 1966)

Na Figura 2.6, LIENHARD (1966), resumiu os principais regimes de desprendimento de vórtices para um cilindro isolado de acordo com o número de Reynolds.



Figura 2.6: Regimes de escoamento cilindros circulares (LIENHARD, 1966)

De uma forma geral, pode-se dizer que:

- Para baixo número de Reynolds (*Re* < 1), o escoamento do fluido ao redor do cilindro aparenta um aspecto simétrico a montante e a jusante do corpo, denominado "creepingflow", apresentando dois pontos de estagnação, um na frente do corpo e outro atrás.
- Para Reynolds maiores que 5, há um aumento da influência das forças inerciais em relação às forças viscosa. Ocorre a separação da camada limite na parte de trás do corpo onde é formado um par de vórtices simétricos e estacionários. A região da recirculação aumenta conforme o número de Reynolds aumenta.
- Com Reynolds 40 as camadas cisalhantes começam a apresentar instabilidades gerando assim oscilações da esteira de vórtices. Para Reynolds um pouco maiores as camadas cisalhantes se enrolam nelas mesmas gerando o fenômeno de desprendimento de vórtices de sinais opostos e com comportamento periódico e laminar.
- Com Reynolds próximo de 150, a esteira que até então apresentava um comportamento laminar e periódico se torna instável dando início a transição dos vórtices. A medida que o número de Reynolds aumenta essa transição se espalha gradualmente a montante da região vizinha ao cilindro fazendo com que os vórtices assumam um comportamento turbulento.
- Para Reynolds entre 300 e 3,0x10⁵, o fluido entra em um regime denominado subcrítico que é caracterizado pela fato de que apesar dos vórtices já estarem em regime turbulento a camada limite permanece laminar fazendo com que elas se separem a aproximadamente 80° do ponto de estagnação. A medida que Reynolds aumenta ondas de instabilidade começam a aparecer nas camadas cisalhantes formadas a partir do ponto de separação. Mesmo aqueles vórtices próximos à região da base do cilindro são turbulentos.
- Para Reynolds compreendidos no intervalo entre 3,0x10⁵ e 3,5x10⁶ ocorre o regime de transição denominado supercrítico. MENEGHINI *et al.* (2001) explica que a medida que o número de Reynolds vai aumentando o ponto de transição move-se para montante até que alcança o ponto de separação Como a camada limite turbulenta resiste mais ao gradiente adverso de pressão, a separação passa a ocorrer próximo dos 120°.

 Elevando-se ainda mais o número de Reynolds, a partir de 3,5x10⁶, o fluido atinge o regime pós-crítico. Nesta etapa, as camadas cisalhantes voltam a fazer com que haja geração de vórtices de maneira regular e a separação ocorre entre 100° e 110°

2.3. Número de Strouhal

A emissão de vórtices alternados gera uma distribuição assimétrica de pressão sobre o corpo, que é responsável pelo surgimento das forças de sustentação e arrasto, da interpretação quantitativa deste fenômeno podemos retirar parâmetros importantes sobre a esteira de vórtices, como por exemplo, o número de Strouhal (*St*).

O número de Strouhal é um parâmetro adimensional extremamente importante que representa a frequência de desprendimento dos vórtices para um dado número de Reynolds e uma dada condição geométrica. A partir dele é possível estabelecer relações com as forças oscilatórias atuantes no corpo.

Para um perfil (ou cilindro), o número de Strouhal (St) é frequentemente dado como:

$$St = \frac{fD}{v_{\infty}}$$
(2.9)

onde:

f = é a frequência de liberação de vórtices; D = é a corda do perfil (ou diâmetro do cilindro); e $v_{\infty} = é$ a velocidade do escoamento não perturbado

Para a obtenção do número de Strouhal, se realiza uma análise espectral dos coeficientes de arrasto e sustentação do corpo que mostra as oscilações destes coeficientes adimensionalizadas no domínio da frequência.

Uma vez considerando que o corpo apresenta D unitário e que adimensionalização se dá por $(U/D)^{-1}$, ou seja, (D/v_{∞}) , pode-se obter o número de Strouhal diretamente observando a frequência do coeficiente de sustentação.

2.4. Geração e Desprendimento de Vórtices em Corpos Aerodinâmicos - OK

Conforme visto anteriormente, assim como ocorre com o escoamento em torno de um cilindro circular, o escoamento em torno de um perfil aerodinâmico também está passível de apresentar fenômenos como separação, transição e formação de esteira, no entanto, segundo MENEGHINI (2002), o efeito da geometria do corpo torna-se importante pois ela contribui para determinar a natureza do processo de separação da camada limite. A separação pode ocorrer em um canto vivo, um bordo de fuga chanfrado, ou em uma superfície contínua com fluido sujeito a um gradiente adverso de pressão.

Para entendermos melhor o comportamento do fluido escoando no entorno de um fólio, tomemos como exemplo o desenvolvimento de um perfil apresentado na Figura 2.7, onde em a) podemos observar o comportamento inicial das linhas de corrente que contornam uma placa plana a pequeno ângulo de ataque. Em b), devido aos efeitos viscosos, o escoamento não consegue contornar a quina do bordo de fuga e rapidamente se ajusta deixando-o de maneira quase tangente, Esta condição é denominada condição de Kutta. Ainda em b) podemos observar uma linha divisória de escoamento e o ponto de estagnação que se encontra na superfície inferior da placa. Conforme o escoamento contorna o corpo em direção a superfície superior, ocorre uma separação na quina do bordo de ataque, mas rapidamente o escoamento volta a juntar a placa. O escoamento assimétrico em torno do corpo causa uma aceleração do fluido no lado superior e consequentemente uma diferença de pressão dando origem a uma força de sustentação resultante.

Caso o ângulo de ataque seja grande o suficiente, podemos observar em c) que o escoamento separado não volta a colar na superfície do corpo. Ao acontecer isso, ocorre um aumento da pressão na região de separação provocando uma queda de sustentação. Este comportamento é conhecido como estol.



Figura 2.7: Desenvolvimento de um perfil aerodinâmico (internet)

Para melhorar o problema de separação, em d) é adicionada uma curvatura no bordo de ataque de modo a alinha-lo com o escoamento nesta região, no entanto esta solução é adequada apenas ao ângulo de ataque de projeto e mantém o corpo sensível aos demais ângulos de ataque. Entretanto, em e) observamos que, adicionando uma espessura à placa plana e arredondando o bordo de ataque o desempenho do corpo melhora significativamente, sem separação do escoamento no bordo de ataque, para uma faixa de ângulos de ataque.

Por fim, nota-se em f) que, dependendo do ângulo de ataque, pode surgir uma separação inicial junto ao bordo de fuga que se desloca para montante à medida que o ângulo de ataque aumenta. O grau de separação no bordo de ataque e de fuga vai depender do número de Reynolds e da geometria do perfil.

Com o aumento do ângulo de ataque, a separação no bordo de ataque normalmente resulta em uma separação sobre o perfil inteiro provocando uma queda abrupta da sustentação, enquanto que a separação no bordo de fuga é progressiva e resulta em um estol mais gradual.

Devido a isto, os perfis aerodinâmicos são projetados de maneira a possibilitar um escoamento contínuo em sua superfície, evitando assim a separação da camada limite devido á quinas e chanfros, com isso, levando-se em consideração que o perfil apresenta uma superfície contínua sem pontos fixos de separação, e que para pequenos ângulos de

ataque os efeitos viscosos são pouco representativos, para estes casos, a separação da camada limite no perfil sofrerá uma grande influência do número de Reynolds, ficando restrita a altos números de Reynolds.

Contudo, é importante salientar que padrões diferentes no escoamento podem ser observado inclusive para uma mesma geometria.

Na Figura 2.8 e na Figura 2.9, pode-se observar a diferença de escoamento apara um mesmo perfil sujeito a ângulos de ataque diferentes.



Figura 2.8: Escoamento perfil a baixo ângulo de ataque (internet)



Figura 2.9: Escoamento perfil a alto ângulo de ataque (internet)

Assim como no cilindro, à medida que o número de Reynolds vai aumentando, as camadas cisalhantes se tornam instáveis e tendem a se enrolar. As instabilidades formadas a partir das camadas cisalhantes dão origem a já mencionada esteira de escoamento turbilhonar conhecida como esteira de Von Karman.

Quando acontece o estol, o perfil passa a se comportar como um corpo rombudo apresentando desprendimento de vórtices na esteira do corpo.

3. Modelagem Matemática

Para a solução de qualquer problema real de engenharia, é necessário modelar os fenômenos físicos presentes através da adoção de hipóteses simplificadoras e de expressões matemáticas que expressem corretamente a física envolvida. As hipóteses devem ser tais que possibilitem a formulação de um problema matemático que seja bem posto e que possua soluções coerentes. (FONSECA, 2017)

A interação hidrodinâmica entre corpos e o domínio fluido que os circundam pode ser dividida em duas grandes abordagens: potencial e viscosa.

A teoria potencial produz em casos específicos resultados satisfatórios quando comparados com dados experimentais, entretanto, existem condições em que a influência dos efeitos viscosos é significativa e, portanto, parte importante da física do escoamento é negligenciada.

De modo a buscar capturar a contribuição difusiva do escoamento envolvido no problema proposto, a abordagem deste trabalho será viscosa, cuja complexidade da formulação matemática impõe restrição para a solução analítica, sendo necessário o uso de soluções numéricas para resolver as equações que descrevem o fenômeno físico.

3.1. Equações governantes

A dinâmica dos fluidos é regida por algumas equações fundamentais básicas. Estas expressões são derivadas de princípios físicos elementares como a conservação de massa (continuidade) e a conservação da quantidade de movimento (Navier-Stokes) e podem ser escritas na forma integral para um determinado volume de controle ou na forma diferencial para um elemento infinitesimal de fluido.

A equação da conservação de massa em sua forma integral é dada pela Equação (3.1), onde *V* representa a integral ao longo de um volume e *S* ao longo das superfícies de controle deste volume.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho dV + \int_{S} \rho \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{n} dS = 0$$
(3.1)

O teorema de Gauss (teorema do divergente) apresentado na Equação (3.2) estabelece uma relação entre a integral do divergente de um campo vetorial *F* com a

integral do campo vetorial sobre a fronteira da regiãoR delimitada pela superfície S sendo F um campo vetorial cujas componentes tenham derivadas parciais continuas em uma região aberta que contenha S. Com isso é possível transformar uma integral de superfície em uma integral de volume.

$$\iint_{S} \mathbf{F} dS = \iiint_{R} div(\mathbf{F}) dV \tag{3.2}$$

Aplicando o teorema de Gauss à Equação (3.3) e considerando o resultado para um volume infinitesimal temos na Equação (3.4) o formato diferencial da equação da conservação de massa, também conhecida como equação da continuidade, onde o primeiro termo representa a variação temporal da densidade do fluido e o segundo termo descreve a taxa de variação de massa por unidade de volume

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho v) = 0 \tag{3.3}$$

A equação da conservação de massa também pode ser reescrita em sua forma expandida.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0$$
(3.4)

A equação da conservação de quantidade de movimento que também é utilizada para modelar o escoamento de um fluido pode ser obtida de diversas maneiras sendo um dos modos mais utilizados a derivação da segunda lei de Newton para um elemento de fluido e a sua integração em um determinado volume de controle. Assim ela pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \boldsymbol{\nu} dV + \int_{S} \rho \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{n} d\boldsymbol{S} = \sum F$$
(3.5)

O somatório de forças contidos no lado direito da equação pode ser dividido em forças de superfície (pressão, cisalhamento, etc.) e em forças de campo (gravitacional, centrífuga, etc.). Porém, do ponto de vista molecular, as forças como pressão e cisalhamento não podem ser descritas por meio de variáveis como massa específica e velocidade, criando a necessidade de modelagem destas forças em termos destas variáveis. Considerando que o fluido utilizado na modelagem é um fluido newtoniano, um modelo bastante aceito é o da hipótese de Stokes, que modela o tensor das tensões de um elemento do fluido como:

$$\boldsymbol{T} = -\left(p + \frac{2}{3}\mu \, div(\boldsymbol{v})\right)\boldsymbol{I} + 2\mu\boldsymbol{\tau}$$
(3.6)

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial u_j} + \frac{\partial v_j}{\partial u_i} \right)$$
(3.7)

onde p é a pressão estática, μ a viscosidade dinâmica, I o tensor unitário e τ o tensor deformação, que pode ser escrito na notação tensorial mostrada na Equação (3.7).

Com isso, substituindo o lado direito da Equação (3.5) pelas integrais das forças de superfície, representada pelo termo das tensões que a modela, e das forças de campo, representadas na integral de volume pela letra g, podemos reescreve-la como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \boldsymbol{v} dV + \int_{S} \rho \boldsymbol{v} \boldsymbol{v} \boldsymbol{n} d\boldsymbol{S} = \int_{S} \boldsymbol{T} \boldsymbol{n} d\boldsymbol{S} + \int_{V} \rho \boldsymbol{g} dV \qquad (3.8)$$

Aplicando-se novamente o teorema de Gauss, temos a expressão da conservação da quantidade de movimento para um elemento infinitesimal de fluido na forma diferencial dada por:

$$\frac{\partial(\rho \boldsymbol{v})}{\partial t} + div(\rho \boldsymbol{v} \boldsymbol{v}) = div(\boldsymbol{T}) + \rho \boldsymbol{g}$$
(3.9)

Que também pode ser escrita na sua forma expandida:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$
(3.10)

3.2. Escoamentos Levemente Compressíveis

Na mecânica dos fluidos, um escoamento incompressível é definido como um escoamento onde a densidade é constante. Considerando esta definição, as equações de Navier-Stokes incompressíveis são utilizadas na engenharia para governar escoamentos onde a compressibilidade do mesmo é considerada muito baixa (Ma < 0,3). Mesmo sendo uma boa aproximação para escoamentos com baixa compressibilidade, estas equações governantes são muito difíceis de serem resolvidas numericamente. (WANDERLEY, 2001)

Na tentativa de reduzir os esforços, tanto matemáticos quanto computacionais, diversas técnicas foram apresentadas para resolver as equações de Navier-Stokes incompressíveis, dentre elas surgiram as equações para escoamentos levemente compressíveis.

A formulação matemática para escoamentos levemente compressíveis proposta por WANDERLEY (2001) apresenta uma equação do campo de pressão apropriada para fluxos de baixa compressibilidade que considera a compressibilidade dos fluidos, embora muito pequena. A equação do campo de pressão associada a equação da quantidade de movimento linear para escoamentos incompressíveis forma um sistema de equações que representa corretamente a física dos escoamentos de baixa compressibilidade.

Outra vantagem do uso desta formulação é que ela pode ser numericamente resolvida de maneira muito fácil pois a equação do campo de pressão possui um termo de derivada temporal que facilita sobremaneira a implementação de qualquer método de marcha no tempo, além de tornar a abordagem altamente paralelizável.

Na sequência será apresentada a formulação matemática proposta por WANDERLEY (2001).

Para obtenção da equação do campo de pressão foram combinadas a equação da continuidade para escoamento compressíveis, calculada no anterior e novamente apresentada na Equação (3.11), e a definição de compressibilidade isotérmica segundo ANDERSON (1990), apresentada na Equação (3.12).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0$$
(3.11)

$$\tau = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \Big|_{T}$$
(3.12)

onde,

$$\tau = \begin{cases} 10^{-5} m^2 / N, & ar \ (p = 1 a t m) \\ 5 x 10^{-10} m^2 / N, & água \ (p = 1 a t m) \end{cases}$$

Assumindo que as variações da pressão do escoamento são pequenas de modo que o coeficiente de compressibilidade isotérmica pode ser considerado constante, $\tau = cte$, e considerando o escoamento como isotérmico, onde a densidade é função somente da pressão, podemos integrar a Equação (3.12) para obter a Equação (3.14).

$$\int_{\rho}^{\rho_{\infty}} \tau \, dp = \tau(p_{\infty} - p)$$

$$\int_{\rho}^{\rho_{\infty}} \frac{1}{\rho} \partial\rho = \ln \rho_{\infty} - \ln \rho = \ln \frac{\rho_{\infty}}{\rho}$$

$$\rho = \rho_{\infty} e^{\tau(p - p_{\infty})}$$
(3.14)

Fazendo uma expansão em série de Taylor da Equação (3.14), obtemos a Equação (3.15).

$$\rho = \rho_{\infty} + \rho_{\infty}\tau(p - p_{\infty}) + \frac{1}{2}\rho_{\infty}\tau^{2}(p - p_{\infty})^{2} + \cdots$$
(3.15)

Na formulação incompressível, apenas o primeiro termo da Equação (3.15) é considerado, assim a Equação (3.11) passa ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(3.16)

A Equação (3.16) é uma aproximação de ordem zero da equação da continuidade e é muito conveniente para a solução analítica de fluxos simples. No entanto, para a solução numérica de fluxos complexos ela não é uma boa opção. Por essa razão, uma aproximação de primeira ordem da equação da continuidade é obtida substituindo os dois primeiros termos da Equação (3.15) em cada um dos termos da Equação (3.11).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho_{\infty}}{\partial t} + \rho_{\infty} \tau \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} = \rho_{\infty} \tau \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \rho_{\infty} (1 - \tau p_{\infty}) \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial y} = \rho_{\infty} \tau \left(v \frac{\partial p}{\partial y} + p \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \rho_{\infty} (1 - \tau p_{\infty}) \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = \rho_{\infty} \tau \left(w \frac{\partial p}{\partial z} + p \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \rho_{\infty} (1 - \tau p_{\infty}) \frac{\partial w}{\partial z}$$
(3.17)

Assim tem-se:

$$\rho_{\infty}\tau\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial pu}{\partial x} + \frac{\partial pv}{\partial y} + \frac{\partial pw}{\partial z}\right) = -\rho_{\infty}(1 - \tau p_{\infty})\nabla . \vec{v}$$
(3.18)

Considerando que em uma formulação incompressível assume-se que a compressibilidade isotérmica é nula, a Equação (3.18) novamente se reduz a uma aproximação da equação da continuidade de ordem zero, Equação (3.19), tornando assim a solução numérica das equações governantes muito onerosas.

$$\nabla . \, \vec{v} = 0 \tag{3.19}$$

Como na formulação proposta por WANDERLEY (2001), a compressibilidade isotérmica, apesar de muito pequena, é considerada diferente de zero. Uma forma mais conveniente de escrever a Equação (3.18) é na sua forma adimensional apresentada na Equação (3.20). A forma adimensional das equações é importante numericamente porque garante que as variáveis terão valores da ordem da unidade facilitando análise dos resultados.

$$\frac{\partial p^*}{\partial t^*} + \frac{\partial p^* u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial p^* v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial p^* w^*}{\partial z^*} = -(1 - p^*_{\infty}) \nabla . \vec{v}^*$$
(3.20)

onde,

$$u^{*} = \frac{u}{a_{\infty}}, \qquad v^{*} = \frac{v}{a_{\infty}}, \qquad w^{*} = \frac{w}{a_{\infty}}$$

$$x^{*} = \frac{x}{L}, \qquad y^{*} = \frac{y}{L}, \qquad z^{*} = \frac{z}{L}$$

$$p^{*} = \tau p = \frac{p}{\rho_{\infty}a_{\infty}^{2}}, \qquad t^{*} = \frac{t}{L/a_{\infty}}, \qquad a_{\infty} = \sqrt{\frac{1}{\rho_{\infty}\tau}}$$
(3.21)

Uma vez que o objetivo desta formulação é obter os coeficientes de sustentação, arrasto, momento e pressão, o valor adotado para a pressão do escoamento livre pode ser convenientemente arbitrado como $p_{\infty} = 1$.

Com a intenção de simplificar a escrita das equações, vamos eliminar o símbolo de asterisco utilizado para representar as variáveis adimensionais

Assim temos que a equação do campo de campo de pressão em sua forma final é apresentada na Equação (3.22) abaixo.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial pu}{\partial x} + \frac{\partial pv}{\partial y} + \frac{\partial pw}{\partial z} = 0$$
(3.22)

Conforme mencionado anteriormente, a Equação (3.22) associada as equações da quantidade de movimento para escoamentos incompressíveis, que não levam em consideração a compressibilidade isotérmica do fluido, formam um sistema de equações que representa convenientemente os escoamentos levemente compressíveis. A Equação (3.23) apresenta as equações da quantidade de movimento para escoamentos incompressíveis em suas formas adimensionais.

$$\frac{\partial u^{*}}{\partial t^{*}} + \frac{\partial}{\partial x^{*}} \left(u^{*2} + p^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial u^{*}}{\partial x^{*}} \right) + \frac{\partial}{\partial y^{*}} \left(u^{*}v^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial u^{*}}{\partial y^{*}} \right)
+ \frac{\partial}{\partial z^{*}} \left(u^{*}w^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial u^{*}}{\partial z^{*}} \right) = 0$$

$$\frac{\partial v^{*}}{\partial t^{*}} + \frac{\partial}{\partial x^{*}} \left(u^{*}v^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial v^{*}}{\partial x^{*}} \right) + \frac{\partial}{\partial y^{*}} \left(v^{*2} + p^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial v^{*}}{\partial y^{*}} \right)
+ \frac{\partial}{\partial z^{*}} \left(v^{*}w^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial v^{*}}{\partial z^{*}} \right) = 0$$

$$\frac{\partial w^{*}}{\partial t^{*}} + \frac{\partial}{\partial x^{*}} \left(u^{*}w^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial w^{*}}{\partial x^{*}} \right) + \frac{\partial}{\partial y^{*}} \left(v^{*}w^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial w^{*}}{\partial y^{*}} \right)
+ \frac{\partial}{\partial z^{*}} \left(w^{*2} + p^{*} - \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \frac{\partial w^{*}}{\partial z^{*}} \right) = 0$$
(3.23)

onde,

$$M_{\infty} = \frac{U_{\infty}}{a_{\infty}}, \qquad R_e = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} L}{\mu_{\infty}}$$
 (3.24)

Novamente, com a intenção de simplificar a escrita das equações, vamos eliminar o símbolo de asterisco utilizado para representar as variáveis adimensionais na Equação (3.23). Assim, abaixo é apresentado o sistema de equações para escoamentos levemente compressíveis na sua forma adimensional.
$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial pu}{\partial x} + \frac{\partial pv}{\partial y} + \frac{\partial pw}{\partial z} = 0 \qquad (3.25)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u^2 + p - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(uv - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(uw - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \qquad (3.26)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uv - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v^2 + p - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(vw - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0 \qquad (3.26)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uw - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(vw - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(w^2 + p - \frac{M_{\infty}}{R_e} \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \qquad (3.26)$$

As equações para escoamentos levemente compressíveis podem ser consideradas como uma adaptação das equações de Navier-Stokes para serem aplicadas em fluidos levemente compressíveis como a água ou o ar nas condições existentes no ambiente, a baixas pressões e pequenos números de Mach, ou seja, quando o processo de compressão pode ser considerado isotérmico.

O mesmo sistema composto pela Equação (3.25) e Equação (3.26), é apresentado a seguir em coordenadas cartesianas, na forma conservativa e vetorial.

$$Q_t + (E_e - E_v)_x + (F_e - F_v)_y + (G_e - G_v)_z = 0$$
(3.27)

onde Q é o vetor de variáveis conservadas, E, F e G são os vetores de fluxo, sendo que os termos de índice "e" (Euler) representam a parcela invíscida da física do problema, enquanto os termos de índice "v" se referem à parcela viscosa.

$$Q = \begin{cases} p \\ u \\ v \\ w \end{cases}$$
(3.28)

$$E_e = \begin{cases} pu \\ u^2 + p \\ uv \\ uw \end{cases}, \quad F_e = \begin{cases} pv \\ vu \\ v^2 + p \\ vw \end{cases}, \quad G_e = \begin{cases} pw \\ wu \\ wv \\ w^2 + p \end{cases}$$
(3.29)

$$E_{v} = \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \begin{cases} 0\\ u_{x}\\ v_{x}\\ w_{x} \end{cases}, \qquad F_{v} = \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \begin{cases} 0\\ u_{y}\\ v_{y}\\ w_{y} \end{cases}, \qquad G_{v} = \frac{M_{\infty}}{R_{e}} \begin{cases} 0\\ u_{z}\\ v_{z}\\ w_{z} \end{cases}$$
(3.30)

As notações da forma u_x representam as derivadas parciais das componentes da velocidade, nas direções indicadas pelos índices, por exemplo, $u_x = \partial u / \partial x$.

3.3. Modelos Numéricos em CFD

As equações de Navier-Stokes são extremamente difíceis de se resolver, elas compreendem um sistema de equações diferenciais parciais que descrevem o comportamento dos fluidos.

Os métodos numéricos consistem na aplicações de algoritmos pelas quais é possível formular e resolver problemas matemáticos usando operações aritméticas menos complexas. Estes processos também são conhecidos como métodos indiretos. A modelagem de fluxo utilizando métodos numéricos e o uso computacional para a resolução desse sistema é o campo da fluidodinâmica computacional.

No CFD nós modelamos o domínio do fluido em torno do objeto como uma malha de elementos, estabelecemos as condições de contorno, tanto na parede do objeto como nas paredes externas do domínio, definimos as propriedades do fluido e por fim aplicamos uma técnica de avaliação apropriada para encontrarmos uma solução.

Na resolução das equações governantes, a não linearidade produzida pela parcela viscosa gera soluções com oscilações de alta frequência conforme o número de Reynolds aumenta, com isso o escoamento se torna instável e turbulento.

O escoamento turbulento é caracterizado pelo movimento aleatório das partículas do fluido sobreposto ao movimento do escoamento livre, no entanto, toda a física da turbulência está presente nas equações de Navier-Stokes e podem ser resolvidas segundo as seguintes modelagens.

a) Direct Numeric Simulation – DNS

No modelo DNS, as equações de Navier-Stokes são resolvidas diretamente em todas as escalas do escoamento turbulento. Nesse método o custo computacional é muito elevado, sendo aceitável apenas para pequenos números de Reynolds (POPE, 2000), e geometrias simples.

b) Large Eddy Simulation – LES

Este modelo filtra os efeitos de turbulência de pequena escala, aproximando-os por valores médios locais. O LES resolve diretamente apenas os efeitos de turbulência de larga escala do escoamento. O modelo aceita Reynolds mais altos e geometrias mais complexas e tem um custo computacional menor quando comparado ao DNS, mas ainda assim, o seu custo computacional é alto para a capacidade de processamento computacional disponível.

c) Reynolds Averaged Navier-Stokes – RANS

Modelo baseado no conceito introduzido por REYNOLDS (1894). Trata-se de um modelo de fácil implementação e baixo custo computacional. Nele as propriedades do escoamento são decompostas em uma componente de valor médio e em uma componente de flutuação temporal em torno do valor médio. No desenvolvimento deste modelo novos termos surgem na equação de conservação da quantidade de movimento. Estes termos, chamados de tensões de Reynolds, representam a influência da turbulência sobre o escoamento médio, no entanto, são necessárias novas equações para o fechamento da modelagem matemática. Para este fim, foram desenvolvidos os modelos de turbulência.

3.4. Modelos de Turbulência

O tensor de tensões de Reynolds, que surge do processo de promediar as equações de conservação da quantidade de movimento, é simétrico e, por isso, há seis novas variáveis a serem calculadas no problema. Levando em consideração que já se tinha as três componentes da velocidade e a pressão como incógnitas, há dez variáveis e somente quatro equações, o que é incompatível para resolver o problema (MOJTABA, 2018).

Pensando no fechamento da formulação matemática do escoamento analisado, foram desenvolvidos, a partir de dados experimentais de Prandtl sobre a camada limite e escoamentos cisalhantes em placas planas, os modelos de turbulências adicionais

Os modelos de turbulência para a resolução do RANS são divididos em duas abordagens. A *Reynolds Stress Model* (RSM) resolve uma equação de transporte para cada uma das tensões de Reynolds. Esta abordagem permite levar em consideração os efeitos de curvatura e anisotropia, no entanto, o seu elevado custo computacional faz com que ela seja utilizada apenas em condições bem específicas.

A outra abordagem, denominada de *Eddy Viscosity Model* (EVM), aplica a hipótese de BOUSSINESQ (1877) para a modelagem das tensões de Reynolds.

Na hipótese de Boussinesq, assume-se que as tensões turbulentas são proporcionais ao gradiente de velocidade média do escoamento, e o coeficiente de proporcionalidade é chamado de viscosidade turbulenta. A viscosidade efetiva então é determinada pela soma da viscosidade laminar, própria do fluido, com a viscosidade turbulenta, que é uma variável artificial, uma vez que nenhum fluido possui turbulência.

Os modelos de turbulência determinam o valor da viscosidade turbulenta em função de valores calculados do escoamento médio, logo, a hipótese de Boussinesq não constitui um modelo de turbulência.

A utilização da hipótese de Boussinesq simplifica significativamente o problema de fechamento, pois ao invés de ser necessário introduzir seis equações adicionais para cada um dos componentes da tensor de Reynolds, basta introduzir uma equação para a viscosidade turbulenta (REZENDE, 2009).

Dentre os modelos que utilizam a hipótese de Boussinesq de modo a simplificar o fechamento da formulação matemática, podemos destacar alguns.

Nos modelos de uma equação, o Modelo Spalart-Allmaras, desenvolvido por SPARLAT & ALLMARAS (1992), é um dos mais utilizados. É considerado um modelo relativamente simples, e de baixo custo computacional, que resolve uma equação diferencial de transporte para a viscosidade turbulenta. É um modelo que apresenta resultados satisfatórios para simulações de camadas limites sujeitas a gradientes de pressão adverso, mas não apresenta bons resultados quando o escoamento varia abruptamente de um escoamento com fronteira sólida para um escoamento cisalhante livre.

Nos modelos de duas equações são solucionadas duas equações diferenciais para avaliar a viscosidade turbulenta. Na elaboração de um modelo de duas equações, faz sentido que uma delas seja a equação para a energia cinética turbulenta κ devido ao pouco empiricismo usado na sua obtenção, já para a segunda variável, como qualquer combinação das grandezas relevantes pode ser utilizada, várias propostas surgiram ao longo dos anos.

O modelo κ - ϵ é um dos modelos que tem recebido maior atenção devido, principalmente, aos trabalhos de LAUNDER & SPALDING (1974). As equações desse modelo são a equação da energia cinética turbulenta, κ . e a taxa de dissipação da energia cinética, ϵ . Este modelo apresenta bom desempenho nas simulações em que as tensões de Reynolds são importantes, mas devido a hipótese de comportamento isotrópico da viscosidade da camada turbulenta, em algumas situações comuns de escoamento, o modelo apresenta deficiências significativas, como na presença de curvatura de linhas de corrente, sob ação de gradientes de pressão adversos e em escoamentos com regiões de separação.

25

Apesar de ter formulação similar aos modelos κ - ϵ , os modelos κ - ω têm: uma equação de energia cinética turbulenta, κ , e uma segunda equação de taxa específica de dissipação de energia cinética, ω . O modelo κ - ω é substancialmente mais preciso do que κ - ϵ nas camadas próximas da parede e, portanto, tem sido bem-sucedido para fluxos com gradientes de pressão adversos moderados, mas falha para fluxos com separação induzida por pressão (MENTER, 2003).

Os modelo κ - ω foi desenvolvido como forma de contornar os problemas de parede dos modelos κ - ε , entretanto, para as regiões mais afastadas das paredes apresenta muita sensibilidade ao escoamento livre, o que torna menos preciso que o modelo κ - ε para essa aplicação (LIAW, 2005).

Para contornar as limitações apresentadas pelos modelos κ - ϵ e κ - ω , foi proposto o modelo de turbulência *Shear Stress Model* (SST) (MENTER, 1994). O modelo na verdade é a união dos dois modelos anteriores, κ - ω nas proximidades de paredes e κ - ϵ na região afastada delas. O bom desempenho na subcamada viscosa dos modelos κ - ω permite que o escoamento seja resolvido de maneira mais precisa na região da camada limite, enquanto sua sensibilidade ao escoamento mais externo seja melhor resolvida pelos modelos κ - ϵ , mais propícios para escoamentos com gradiente de pressão mais suave (TUPOV, 2016).

3.5. Condições de Contorno

A solução das equações que regem a dinâmica dos fluidos depende intrinsecamente da definição das condições de contorno do problema. Para tal as fronteiras do domínio são divididas em regiões normalmente associadas às interfaces de entrada e saída do fluido onde são atribuídas as condições de Dirichlet e Neumann, respectivamente, e em regiões associadas às interfaces de contato do fluido com os corpos onde são atribuídas as condições de parede.

Para o escopo deste trabalho, a Figura 3.1 apresenta um esquemático do domínio computacional onde é possível observar as fronteiras de implementação das condições de contorno.



Figura 3.1: Esquemático do domínio computacional e suas fronteiras

As condições adotadas em cada região são descritas a seguir:

a) Entrada

Na entrada, localizada a vante dos corpos, a condição de contorno corresponde a velocidade e pressão do escoamento livre.

b) Fronteira Externa

Nas fronteiras externas do domínio, localizadas lateralmente aos corpos, as condições do escoamento são as mesmas da entrada.

c) Corpos

Os corpos são tratados como superfícies que obedecem às condições de aderência. Ou seja, os corpos obedecem a condição de impenetrabilidade, o que assegura que a velocidade normal à superfície é nula em todos os pontos do corpo, e a condição de não escorregamento, que considera os efeitos do atrito viscoso entre o corpo e o escoamento que o circunda.

d) Saída

A condição de contorno da saída, localizada a ré da esteira dos corpos, é a pressão do escoamento livre.

3.6. O Perfil NACA de Quatro Dígitos

Proposto por pesquisadores do Comitê Nacional de Assessoria para Aeronáutica (em inglês *National Advisory Committee for Aeronautics* – NACA), que depois veio a se tornar a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), a família NACA de quatro dígitos se destaca por possuir o seu perfil externo matematicamente determinado. Sua determinação consiste na combinação de uma linha de arqueamento médio e da distribuição da espessura ao longo da corda para se obter o perfil desejado.

No NACA de quatro dígitos, o primeiro dígito representa o arqueamento máximo do perfil em porcentagem da corda, o segundo dígito corresponde à posição do arqueamento máximo em décimos de comprimento da corda, já os dois últimos dígitos representam a espessura máxima do perfil, também em porcentagem da corda. Por exemplo, um perfil NACA 6412 possui um arqueamento máximo de 6% da corda localizado a 40% da corda em relação ao bordo de ataque e possui uma espessura máxima de 12% da corda. A Figura 3.2 abaixo ilustra melhor isto e apresenta as nomenclaturas básicas utilizadas em um perfil.



Figura 3.2: Nomenclatura básica de um perfil

Para a determinar o perfil externo do NACA de quatro dígitos, primeiramente calcula-se o perfil simétrico equivalente, cuja distribuição da espessura é dada por:

$$y_{t} = \pm \frac{t}{0,2} c \left[0,2969 \sqrt{\frac{x}{c}} - 0,1260 \left(\frac{x}{c}\right) - 0,3516 \left(\frac{x}{c}\right)^{2} + 0,2843 \left(\frac{x}{c}\right)^{3} - 0,1015 \left(\frac{x}{c}\right)^{4} \right]$$
(3.31)

onde *t* representa a espessura do perfil, *c* representa a corda, *x* é a posição na corda entre 0 (no bordo de ataque) e *c* (no bordo de fuga) e y_t é a distância da linha da corda ao contorno do perfil na posição *x*.

Para o perfil exemplificado, adotando-se a corda unitária, obtemos o perfil do aerofólio simétrico apresentado na Figura 3.3 abaixo. Neste caso, um NACA 0012.



Figura 3.3: Perfil NACA 0012

Em seguida, calcula-se as coordenadas y_c da linha de arqueamento médio para o perfil assimétrico, que são dadas por:

$$y_{c} = \begin{cases} m \frac{x}{p^{2}} \left(2p - \frac{x}{c} \right) & \text{se } 0 \le x \le p \\ m \frac{c - x}{(1 - p)^{2}} \left(1 + \frac{x}{c} - 2p \right) & \text{se } p < x \le c \end{cases}$$
(3.32)

onde m é o arqueamento máximo e p é a posição do arqueamento máximo.

Com isso, é possível definir os pontos da superfície superior:

$$\begin{aligned} x_u &= x - y_t \sin \theta \\ y_u &= y_c + y_t \cos \theta \end{aligned} \tag{3.33}$$

E da superfície inferior

$$\begin{aligned} x_l &= x + y_t \sin \theta \\ y_l &= y_c - y_t \cos \theta \end{aligned}$$
 (3.34)

onde θ é o ângulo utilizado para tornar a espessura perpendicular à linha de arqueamento médio, tal que:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{dy_c}{dx} \right) \tag{3.35}$$

Assim, obtemos o perfil assimétrico da série NACA de quatro dígitos, neste exemplo o NACA 6412, que pode ser observado na Figura 3.4.



Figura 3.4: Perfil NACA 6412

4. Metodologia

A metodologia pode ser definida como a sistematização adotada para se alcançar um resultado, portanto, neste trabalho, ela é composta basicamente por quatro etapas, que podem ser melhor visualizadas no diagrama de blocos abaixo.



Figura 4.1: Etapas do estudo

É importante salientar que o diagrama de blocos acima funciona como um fluxograma para a metodologia que será seguida, no entanto, alguns trabalhos também foram realizados em etapas distintas.

A seguir é apresentado um breve detalhamento de cada uma das partes que compõe as etapas.

4.1. 1^a Etapa

4.1.1. Modelagem da Geometria dos Corpos

As geometrias, tanto do cilindro, quanto do perfil, são modeladas individualmente. Os contornos externos dos corpos, normalmente servem de ponto de partida para a seleção do domínio e criação da malha a ser utilizada.

A precisão do todo e qualquer método computacional, depende completamente da discretização da malha na área de interesse e no seu domínio computacional. A solução de um sistema de equações diferenciais (modelo matemático) pode ser geralmente simples quando empregada uma malha bem construída.

Um bom domínio deve garantir que as suas fronteiras, ou as condições de contorno nelas impostas, não exerçam influências na região em que a precisão da solução é importante.

4.1.2. Seleção da Malha

Assim como ocorre no domínio, uma boa malha também deve garantir que seu refinamento não cause influência significativa nos resultados da simulação numérica. No entanto, é importante salientar que ambos impactam diretamente no custo computacional e devido a isto suas definições normalmente são uma das fases mais importantes na simulação numérica e quase sempre carecem de um estudo a parte

Visando obter uma malha ótima, optou-se por realizar o teste de convergência da malha juntamente com a validação do código e a solução ótima foi estabelecida baseada na obtenção de resultados aceitáveis associados a um baixo custo computacional.

O teste de convergência de malha computacional consiste no processo através do qual as suas características são sucessivamente alteradas até ser alcançada uma configuração na qual modificações adicionais não promovam efeitos relevantes nos resultados obtidos.

Escolheu-se como parâmetros representativos do escoamento os valores de coeficiente de arrasto (C_d) e de coeficiente de sustentação (C_l). A validação dos modelos iniciais e das malhas foram verificadas comparando-se as respostas obtidas nas simulações à dados experimentais disponíveis na literatura.

Nesta etapa definiu-se as malhas a serem utilizadas em todas as demais etapas do presente trabalho.

A implementação da primeira etapa corresponde aos procedimentos adotados do Item 5.2.1 ao Item **Erro! Fonte de referência não encontrada.**5.2.5.

4.2. 2^a Etapa

4.2.1. Implementação do Chimera

O passo posterior à validação dos modelos isolados é a implementação da técnica Chimera. Esta técnica consiste na criação de uma rotina capaz de acoplar a solução entre as duas malhas utilizadas individualmente e que nesta etapa são sobrepostas. O Chimera permite que os dados produzidos em uma malha passem a fazer parte intrínseca da solução da outra, possibilitando assim, a obtenção de um resultado global.

A validação dessa etapa é dada por meio de duas etapas. Uma com os corpos afastados visando repetir os resultados obtidos nas simulações isoladas e a outra com os corpos alinhados longitudinalmente visando repetir os resultados obtidos por PATINO (2013) e comprovar a fluidez dos dados entre as malhas.

Esta etapa corresponde aos procedimentos adotados no Item 5.2.6 e Item 5.2.7.

4.3. 3^a Etapa

As simulações computacionais realizadas nesta etapa baseiam-se no modelo RANS no qual a solução numérica das suas equações foram obtidas utilizando a formulação numérica para escoamentos levemente compressíveis proposta por WANDERLEY (2001). O Método dos Volumes Finitos (MVF) e o esquema TVD de ROE (1984) e SWEBY (1984) foram utilizados para cálculo numérico das equações governantes do escoamento. O escoamento turbulento ao redor dos corpos foi simulado utilizando o modelo de turbulência κ - ω SST de MENTER (1994) e para a geração da malha computacional foi utilizada a técnica Chimera, conforme mencionado anteriormente.

4.3.1. Resultados Perfil Isolado

Nesta etapa são realizadas as simulações do perfil isolado submetido a diferentes números de Reynolds e ângulos de ataque. As dimensões do perfil utilizado permanecem inalteradas, variando-se apenas o ângulo de incidência do escoamento do fluido.

De forma a possibilitar a análise da interferência gerada pelo alinhamento do cilindro e do perfil, os coeficientes hidrodinâmicos obtidos para o perfil nesta etapa passam a servir como padrão nas comparações com os resultados obtidos das simulações em que o perfil está alinhado como cilindro.

Esta etapa consiste na obtenção dos dados apresentados do Item 6.1.1 ao Item 6.1.3.

4.3.2. Resultados Corpos Alinhados

Por fim são realizadas as simulações do perfil alinhado com o cilindro, etapa que consiste na obtenção dos dados relativos ao escoamento ao redor do perfil NACA 0012 com interferência que são apresentados do Item 6.2.2.1 ao 6.2.1.3, do Item 6.2.2.1 ao Item 6.2.2.3 e do Item 6.2.3.1 ao Item 6.2.3.3.

A matriz de simulações apresentada na Tabela 4.1 consiste no conjunto de combinações dos parâmetros que serão utilizados para se observar os efeitos hidrodinâmicos produzidos pelo cilindro no escoamento do fluido ao redor do perfil. Esses parâmetros são, distância entre os corpos, ângulo de ataque do perfil e número de Reynolds.

Os corpos apresentam números de Reynolds distintos devido as suas diferentes dimensões.

As distâncias longitudinais correspondem ao afastamento do centro do bordo de fuga do cilindro ao bordo de ataque do perfil e são medidas em função do diâmetro unitário do cilindro (D).

Os ângulos de ataque correspondem à inclinação da corda do perfil em relação à direção do escoamento do fluido, e é medido em graus.

0	Reynolds		Distância	Ângulo de
Simulação	Cilindro	Perfil	Longitudinal	Ataque
1	-	$5x10^{3}$	-	0
2	-	$5x10^{3}$	-	10
3	-	$5x10^{3}$	-	20
4	-	$5x10^{5}$	-	0
5	-	$5x10^{5}$	-	10
6	-	$5x10^{5}$	-	20
7	-	$1x10^{6}$	-	0
8	-	$1x10^{6}$	-	10
9	-	$1x10^{6}$	-	20
10	6x10 ²	5 <i>x</i> 10 ³	2,5D	0
11	$6x10^{2}$	5 <i>x</i> 10 ³	2,5D	10
12	$6x10^{2}$	$5x10^{3}$	2,5D	20
13	$6x10^{2}$	$5x10^{3}$	3,5D	0
14	$6x10^{2}$	$5x10^{3}$	3,5D	10
15	$6x10^{2}$	$5x10^{3}$	3,5D	20
16	$6x10^{2}$	$5x10^{3}$	4,5D	0
17	$6x10^{2}$	$5x10^{3}$	4,5D	10
18	$6x10^{2}$	$5x10^{3}$	4,5D	20
19	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	2,5D	0
20	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	2,5D	10
21	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	2,5D	20
22	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	3,5D	0
23	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	3,5D	10
24	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	3,5D	20
25	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	4,5D	0
26	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	4,5D	10
27	$6x10^{4}$	$5x10^{5}$	4,5D	20
28	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	2,5D	0
29	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	2,5D	10
30	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	2,5D	20
31	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	3,5D	0
32	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	3,5D	10
33	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	3,5D	20
34	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	4,5D	0
35	$1,2x10^5$	$1x10^{6}$	4,5D	10
36	$1.2x10^{5}$	$1x10^{6}$	4.5D	20

Tabela 4.1 – Matriz de Simulações

4.4. 4^a Etapa

4.4.1. Análise dos resultados

Nesta etapa, ao final das simulações, os resultados obtidos para o perfil alinhado com cilindro, são compilados e analisados comparativamente aos obtidos para o perfil isolado, com isso, traça-se um padrão de comportamento dos coeficientes hidrodinâmicos do perfil sob a influência do cilindro em função da distância entre os corpos, do ângulo de ataque do perfil e do número de Reynolds.

As análises são apresentadas do Item 6.2.1.4 ao Item 6.2.1.6, do Item 6.2.2.4 ao Item 6.2.2.6 e do Item 6.2.3.4 ao Item 6.2.3.6.

5. Modelagem Numérica

5.1. Método dos Volumes Finitos

Método dos Volumes Finitos (MVF), devido à sua propriedade conservativa e principalmente pela qualidade dos resultados alcançados, vem sendo usado com bastante sucesso para aproximar soluções de diversas leis de conservação onde a teoria é governada por sistemas conservativos.

A solução iterativa de alguns problemas requer que as equações que governam os fenômenos físicos sejam discretizadas e resolvidas, esta discretização pode ser resumida como a transformação de uma equação diferencial parcial em uma equação algébrica

A implementação do MVF, de uma forma básica, deve seguir alguns passos. Inicialmente deve-se identificar o domínio da região a ser estudada, em seguida deve-se discretizar o domínio em pequenas partes e, por fim, integrar a equação diferencial de governo em cada volume, agora chamado de volume de controle, e aplicar o método numérico na solução do problema.

A equação governante e o método numérico já foram vistos anteriormente, no entanto, a seleção do domínio e a sua discretização serão tratadas no próximo item.

Para este trabalho o espaço bidimensional foi discretizado em retângulos e as propriedades do escoamento são definidas nos vértices das células, conforme mostra a Figura 5.1. O volume de controle utilizado na discretização espacial das equações governantes é mostrado em vermelho. Neste caso, as propriedades do escoamento nas faces do volume de controle são obtidas por interpolação das propriedades dos vórtices vizinhos.



Figura 5.1: Esquema de discretização do domínio fluido

Os vetores áreas e o volume do volume de controle são obtidos conforme apresentado abaixo.



Figura 5.2: Esquema para o cálculo dos vetores áreas

$$S_{i,j,1} = \frac{-(y_{i+1,j-1} - y_{i+1,j+1})\hat{\imath} + (x_{i+1,j-1} - x_{i+1,j+1})\hat{\jmath}}{2}$$
(5.1)

$$S_{i,j,2} = \frac{-(y_{i-1,j-1} - y_{i+1,j-1})\hat{i} + (x_{i-1,j-1} - x_{i+1,j-1})\hat{j}}{2}$$
(5.2)

$$S_{i,j,3} = \frac{-(y_{i-1,j+1} - y_{i-1,j-1})\hat{i} + (x_{i-1,j+1} - x_{i-1,j-1})\hat{j}}{2}$$
(5.3)

$$S_{i,j,4} = \frac{-(y_{i+1,j+1} - y_{i-1,j+1})\hat{i} + (x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j+1})\hat{j}}{2}$$
(5.4)



Figura 5.3: Esquemas para cálculo do volume do volume de controle

$$V_{i,j} = \frac{\frac{1}{2} |\vec{V}_1 X \vec{V}_2| + \frac{1}{2} |\vec{V}_2 X \vec{V}_3|}{4}$$
(5.5)

onde,

$$\vec{V}_1 = (x_{i-1,j+1} - x_{i-1,j-1})\hat{\imath} + (y_{i-1,j+1} - y_{i-1,j-1})\hat{\jmath}$$
(5.6)

$$\vec{V}_{2} = (x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j-1})\hat{\imath} + (y_{i+1,j+1} - y_{i-1,j-1})\hat{\jmath}$$
(5.7)
$$\vec{V}_{2} = (x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j-1})\hat{\imath} + (y_{i+1,j+1} - y_{i-1,j-1})\hat{\jmath}$$
(5.8)

$$\vec{V}_3 = (x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j-1})\hat{\imath} + (x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j-1})\hat{\jmath}$$
(5.8)

Logo, substituindo as Equações (5.6), (5.7) e (5.8) em (5.5), temos:

$$V_{i,j} = \frac{1}{8} | (x_{i-1,j+1} - x_{i-1,j-1}) (y_{i+1,j+1} - y_{i-1,j-1}) - (x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j-1}) (x_{i-1,j+1} - x_{i-1,j-1}) | + \frac{1}{8} | (x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j-1}) (y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j-1}) - (x_{i+1,j-1} - x_{i-1,j-1}) (x_{i+1,j+1} - x_{i-1,j-1}) |$$
(5.9)

5.2. A Malha Computacional

Segundo FRARI & PEDROSO (2009), uma malha computacional nada mais é que uma representação do plano físico utilizado na simulação numérica, com isso a malha computacional pode ser definida como uma região do espaço constituída por linhas e pontos, onde os pontos são considerados os locais onde as linhas se interceptam e servem de orientação para o cálculo de propriedades físicas baseado num modelo matemático.

Quanto à classificação das malhas, uma malha é dita como estruturada quando cada volume interno tem sempre o mesmo número de vizinhos e a numeração dos mesmos tem uma sequência natural. E quando se diz que uma malha é não-estruturada, temos o número de vizinhos variando de volume para volume, ficando difícil estabelecer uma regra de ordenação (BORTOLI, 2000).

Para o presente trabalho, optou-se por uma malha estruturada do tipo "c" para o perfil e uma malha estruturada do tipo "o" para o cilindro.

5.2.1. Geração da Malha do Perfil

A malha para o perfil isolado foi obtida por meio de um código computacional que é capaz de gerar uma malha entre duas curvas. O procedimento adotado para a sua implementação encontra-se melhor explicado em FLETCHER (1988).

Na Figura 5.4, pode-se observar o domínio de uma malha típica do tipo "c". Devido a sua simetria, o domínio completo pode ser obtido por meio de uma reflexão sobre o eixo x.



Figura 5.4: Domínio computacional para geração da malha tipo "c" (adaptado de FLETCHER, 1988)

Inicialmente são definidos os pontos limites do domínio, A, B, C, D, E e F. Esses pontos são responsáveis por delimitar o domínio e servem de referência para a confecção das duas curvas limítrofes, dentre as quais a malha será gerada. Neste domínio ABC representa a superfície do corpo e a parte que se estende a jusante dele e DEF representa a superfície externa do domínio.

A curva AB é calculada para a parte superior e inferior do perfil de acordo com a formulação matemática apresentada no Item 3.6 que versa sobre o perfil NACA de quatro dígitos.

No procedimento proposto por FLETCHER (1988), a geração da malha é dividida em duas etapas. Na primeira é determinada a localização dos pontos contidos nas superfícies limítrofes (curvas ABC e DEF). Esta localização é determinada por funções *stretching* responsáveis por distribuir a concentração dos pontos ao longo destas superfícies. Na etapa subsequente, por meio do método de múltiplas superfícies, duas superfícies intermediárias, as quais também estão passíveis de funções alongamento para a distribuição dos pontos nelas contidos, são geradas e introduzidas ortogonalmente às extremidades da superfícies ABC e DEF (curvas CD e AF) possibilitando assim a geração da malha interna.

Uma malha tipo "c" típica gerada pelo método apresentado é mostrada na Figura 5.5. Nela podemos observar a capacidade do método de agrupar pontos e de gerar uma grade ortogonal nos limites da malha.



Figura 5.5: Malha tipo "c" típica – 0 graus

Adotando o procedimento citado, podemos definir e alterar a malha tipo "c" de acordo com os seguintes parâmetros:

- a) domínio da malha (pontos A, B, C, D, E e F);
- b) número de pontos sobre o corpo (curva AB);
- c) número de pontos circunferenciais (curvas ABC e DEF);

- d) número de pontos radiais (curvas CD e AF);
- e) stretching sobre as curvas ABC, DEF, CD e -CD (parte espelhada); e
- f) ângulo de ataque.

Para realizar as simulações com ângulos de ataque diferente de zero utilizaremos a mesma malha, rotacionada do ângulo requerido, e manteremos a mesma direção do escoamento. Na Figura 5.6 abaixo podemos observar a malha típica do tipo "c" rotacionada vinte e cinco graus.



Figura 5.6: Malha tipo "c" típica – 25 graus

5.2.2. Geração da Malha do Cilindro

Para a geração da malha do cilindro isolado foi aproveitado o mesmo código computacional utilizado para a geração da malha, no entanto foram realizadas algumas pequenas modificações.

Neste código não é necessário a inserção dos postos limites do domínio, assim as curvas limítrofes AB e CD são geradas apenas através da inserção do raio interno e do raio externo, respectivamente. Com isso temos um domínio de uma malha tipo o conforme a presentado na Figura 5.7.



Figura 5.7: Domínio computacional para geração da malha tipo "o" (adaptado de FLETCHER, 1988)

A partir deste ponto o procedimento é o mesmo adotado na geração da malha do perfil. Assim, uma malha tipo "o" típica gerada pelo método apresentado é mostrada na Figura 5.8.



Figura 5.8: Malha tipo "o" típica

A malha tipo "o" pode ser definida e alterada de acordo com os seguintes parâmetros:

- a) raio da superfície do corpo (distância centro-A);
- b) raio da fronteira externa da malha (distância cetro-C);
- c) número de pontos circunferenciais (curvas AB e CD);
- d) número de pontos radiais (curvas AC e BD); e
- e) stretching sobre as curvas AB, CD, AC e BD.

5.2.3. Teste de Convergência da Malha Tipo "c"

Para a malha do tipo "c", os parâmetros representativos obtidos foram comparados com os valores do estudo sobre o escoamento do fluido ao redor de um perfil NACA 0012, realizado por CHIAPPINI *et al.*(2020), que são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Parâmetros representativos (CHIAPPINI et al., 2020)

Reynolds	C_d	C_l
5.000	0,054	0,000

O refinamento da malha do tipo "c" foi realizado alterando-se o número de pontos sobre o corpo, o número de pontos circunferenciais e o número de pontos radiais. No total quatro configurações de malha tipo "c" foram testadas quanto ao seu nível de refinamento, sendo elas denominadas MC1, MC2, MC3 e MC4. As suas características são apresentadas na Tabela 5.2.

Malha	Pts. Corpo	Pts. Circunferenciais	Pts. Radiais
MC1	150	220	100
MC2	150	220	200
MC3	200	300	100
MC4	200	300	200

Tabela 5.2 – Malhas do tipo "c" testadas quanto ao refinamento

Os resultados obtidos para os diferentes níveis de refinamento são apresentados na Tabela 5.3. Observa-se que todas as malhas apresentaram resultados extremamente satisfatórios, com variações mínimas entre elas, tanto para o coeficiente de arrasto como para o coeficiente de sustentação. Entretanto, nota-se que há uma correlação direta entre o nível de refinamento da malha e a qualidade dos resultados. A menor discrepância para o coeficiente de arrasto de referência foi obtida com a malha com maior nível de refinamento, sendo esta a única que apresentou discrepância para o valor de referência inferior a 1,00%, assim sendo, diante dos resultados obtidos, o nível de refinamento da malha MC4 foi considerado satisfatório.

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
Chiappini (2020)	0,054		0,000	
MC1	0,05532	2,44	0,00005	0,00
MC2	0,05494	1,75	0,00003	0,00
MC3	0,05490	1,67	0,00002	0,00
MC4	0,05390	-0,19	0,00003	0,00

Tabela 5.3 – Resultados do refinamento para a malha tipo "c"

Como um indicador de que a malha seja representativa o bastante para uma boa solução, em todas as malhas testadas, foram feitas as devidas correções no alongamento da malha para garantir que o valor de y^+ do primeiro elemento em relação à superfície orbitasse em torno de um.

Na Figura 5.9 e na Figura 5.10 são apresentadas a malha MC4 e o seu refinamento, respectivamente.



Figura 5.9: Malha tipo "c" – MC4



Figura 5.10: Refinamento da Malha tipo "c" – MC4

5.2.4. Teste de Independência de Domínio Fluido para a Malha Tipo "c" - OK

Particularmente, a extensão do domínio à jusante do perfil deve ser adequadamente definida de modo a garantir uma correta representação da esteira, no entanto, uma vez que o presente trabalho não tem o objetivo de estudar o comportamento do escoamento na esteira do corpo e sim a influência do escoamento no corpo propriamente dito, para a malha tipo "c", a fim de eliminar qualquer influência das condições de contorno impostas, optou-se por realizar simulações com o refinamento da malha MC4, aumentando o domínio até valores equivalentes a dez vezes a corda do perfil, a seu jusante, e a sessenta vezes a sua espessura máxima, a montante, acima e abaixo deste, o que corresponde a aproximadamente sete vezes a sua corda.

Visto que o impacto na quantidade de elementos de malha e, consequentemente, no esforço computacional, devido a pequenas alterações em apenas uma dimensão do domínio fluido é, geralmente, pouco expressivo, optou-se por realizar a simulação com duas malhas de refinamento MC4. Na malha MC5, apresentada na Figura 5.11, foi aplicado um incremento agressivo ao valor da extensão do domínio fluido à jusante do perfil e para a malha MC6, apresentada na Figura 5.12, foi realizado mais um incremento agressivo na extensão do domínio, porém desta vez na extensões laterais e a montante do perfil.

As configurações dos domínios comparados na presente análise são apresentadas na Tabela 5.4.



Figura 5.11: Malha tipo "c" – MC5



Figura 5.12: Malha tipo "c" – MC6

Tabela 5.4 - Malhas do tipo "c" testadas quanto a independência do domínio fluido

Malha	Domínio a Jusante	Demais Domínios
MC4	3,5c	2,5c
MC5	10c	2,5c
MC6	10c	7c

Nota-se pelos resultados apresentados na Tabela 5.5 que a influência causada pelo aumento do domínio fluido foi inferior a 1,00%. Considerando que um domínio de 3,5c a jusante e 2,5c para os demais lados do perfil é considerado um domínio relativamente pequeno, tal resultado indica que o domínio da malha MC4 é suficientemente adequando para o desempenho do modelo numérico, sendo assim, diante dos resultados obtidos, o código foi considerado validado e a malha MC4 foi considerada como ótima.

Tabela 5.5 - Resultados para a independência do domínio fluido da malha tipo "c"

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
MC4	0,05390		0,00003	
MC5	0,05392	0,03	0,00003	0,00
MC6	0,05392	0,03	0,00003	0,00

5.2.5. Teste de Convergência da Malha Tipo "o"

Para a malha do tipo "o", os parâmetros representativos obtidos foram comparados com os valores encontrados em FINNEMORE (2002) e são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Parâmetros representativos (FINNEMORE, 2002)

Reynolds	C_d	C_l
600	1,1700	0,6000

Como na malha tipo "o" o número de pontos sobre o corpo é também o número de pontos circunferenciais, o seu refinamento foi realizado alterando-se apenas o número de pontos circunferenciais e o número de pontos radiais. No total quatro configurações de malha tipo "o" foram testadas quanto ao seu nível de refinamento, sendo elas denominadas MO1, MO2, MO3 e MO4. As suas características são apresentadas na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Malhas do tipo "o" testadas quanto ao refinamento

Malha	Pts. Circunferenciais	Pts. Radiais
MO1	100	100
MO2	200	100
MO3	200	200
MO4	300	300

Conforme realizado na malha tipo "c", em todas as malhas testadas foram feitas as devidas correções no alongamento da malha para garantir que o valor de y^+ do primeiro elemento em relação à superfície orbitasse em torno de um.

Os resultados obtidos para os diferentes níveis de refinamento são apresentados na Tabela 5.8. Observa-se que todas as malhas apresentaram resultados próximos entre si mas não muito próximos aos valores de referência, no entanto, segundo MENEGHINI (2002), os resultados numéricos são mais elevados que os experimentais indicando, possivelmente, o efeito de se utilizar um simulador bidimensional. Como neste trabalho o principal intuito não é analisar o comportamento hidrodinâmico do cilindro e sim do perfil, então pode-se considerar que a principal função do cilindro e da malha tipo "o" é gerar uma esteira turbilhonar para o perfil, devido a isto e para se evitar uma elevação desnecessária no custo computacional, optou-se por não tentar refinar mais a malha do tipo "o" neste momento. Uma nova seleção da malha poderá ser realizada caso os resultados do Chimera não sejam considerados satisfatórios. Diante dos resultados obtidos, a malha tipo "o" adotada foi a MO3.

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
Finnemore (2002)	1,1700		0,6000	
MO1	1,4627	25,02	0,7425	23,75
MO2	1,4890	27,26	0,7547	25,78
MO3	1,4173	21,13	0,6890	14,83
MO4	1,4391	23,00	0,7383	23,05

Tabela 5.8 – Resultados do refinamento para a malha tipo "o"

Na Figura 5.13 é apresentada a malha MO3 e o seu refinamento.



Figura 5.13: Malha tipo "o" – MO3

5.2.6. Implementação do Chimera

As malhas Chimera, também conhecidas como Overset Mesh, configuram uma solução flexível para diversos estudos de escoamentos. A abordagem Chimeraé uma técnica de decomposição do domínio computacional em que a malha numérica é composta por diferentes partes de malhas sobrepostas, ou seja, a ideia do método consiste em gerar malhas independentes para os componentes presentes no domínio e juntá-las por meio de uma estratégia de acoplamento para se obter a solução global do sistema.

Dentre as diversas aplicações do método, as principais características que o tornam atraente são as seguintes:

Simplificação na geração da malha: Uma das principais dificuldades encontradas na simulação computacional é a geração de uma malha de qualidade. Domínios computacionais compostos por diversos corpos ou formas complexas dificultam ainda mais esta etapa, diante deste cenário, no momento em que os geradores de malha não podiam lidar com estas tarefas, o método Chimera foi proposto como uma alternativa. Nele malhas de geometrias mais simples podiam ser criadas isoladamente e depois acopladas pelo método.

Refinamento Local: Quando uma maior precisão é necessária em algumas partes específicas do domínio computacional, o método Chimera permite que uma malha mais refinada seja acoplada a malha principal. Isto é uma alternativa inteligente para alcançar o refinamento local em malhas cujo o código não permite manipular de forma satisfatória a sua adaptatividade.

Movimentação de Componentes: O método Chimera é extremamente adequado para solucionar problemas em que os componentes estão se movendo. Malhas secundárias se movem junto com os corpos rígidos e são reacopladas à malha principal a cada iteração. Apesar de elevar bastante o custo computacional, este método permite manter as camadas limites e o refinamento ao redor dos corpos que se movimentam.

Otimização: Uma outra aplicação direta para o método é a otimização. Com a possibilidade dos corpos serem movidos junto com as suas malhas sem a necessidade de refazer todo o domínio computacional, técnicas de otimização podem ser usadas para encontrar a melhor configuração dos componentes.

Conforme mencionado, quando o método Chimera é utilizado o domínio computacional é dividido em dois tipos de malha, na malha principal que cobre todo o domínio computacional, e nas malhas secundárias, menores e que estão anexadas a objetos localizados no domínio computacional.

Uma aplicação CFD de um sistema Chimera requer o acoplamento da solução entre as malhas sobrepostas. Este processo é geralmente realizado através de duas etapas, primeiro um processo adequado é aplicado para criar a interface da malha principal com as malhas secundárias. Isso pode ser obtido retirando elementos da malha principal localizados dentro das malhas secundárias (furando a malha principal). Se as malhas secundárias forem estacionárias, estes elementos do furo podem ser removidos permanentemente da definição da malha, no entanto, a forma mais utilizada para a remoção destes elementos é isolando eles dos cálculos numéricos.

Em seguida, é definida uma região de transmissão, uma sobreposição das malhas, que normalmente é limitada pela interface do furo da malha principal e pela interface da fronteira externa da malha secundária. Nesta região um algoritmo de acoplamento é executado a fim de obter uma solução contínua entre as interfaces.

Este algoritmo faz com que para possibilitar a transmissão das propriedades da malha secundária para a malha principal, todos os elementos da malha principal contidos

no interior da região de transmissão previamente estabelecida tenham as suas propriedades calculadas com base nas propriedades dos elementos próximos a ele localizados na malha secundária, Figura 5.14.



Figura 5.14: Transmissão – malha principal (preto) e secundária (vermelho)

Além disso, o algoritmo também deve garantir que a condição de contorno na fronteira externa da malha secundária seja estabelecida pela malha principal naquela localidade, para isso cada elemento da fronteira externa da malha secundária tem as suas propriedades calculadas com base nas propriedades dos elementos próximos a ele localizados na malha principal, conforme pode ser observado na Figura 5.15.

Esta condição impõe a transmissão das propriedades da malha principal para as malhas secundárias, e garante que as malhas secundárias irão perceber as interferências geradas pela malha principal.



Figura 5.15: Fronteira malha secundaria (vermelho) e malha principal (preto)

O cálculo das propriedades de um determinado elemento é baseado na interpolação das propriedades dos três elementos mais próximos a ele contidos na outra malha.

Este procedimento é implementado através de uma extrapolação linear ponderada por pesos proporcionais às distâncias aos pontos da outra malha.



Figura 5.16: Domínio computacional - elementos para extrapolação.

Tomando como exemplo a Figura 5.16, iremos determinar as propriedades no ponto 0 através da extrapolação linear do escoamento nos pontos 1, 2 e 3, conforme o sistema de equações algébricas lineares mostradas abaixo.

$$q_{1} = ax_{1} + by_{1} + c$$

$$q_{2} = ax_{2} + by_{2} + c$$

$$q_{3} = ax_{3} + by_{3} + c$$
(5.10)

Resolvendo o sistema determinamos os coeficientes a, b e c. Assim podemos extrapolar as propriedades do escoamento no ponto 0 conforme a equação abaixo.

$$q_0 = ax_0 + by_0 + c \tag{5.11}$$

Nota-se que quanto maior a região de transmissão, maiores serão os elementos contidos nela e maior será o esforço computacional para a determinação das propriedades nestes pontos, assim, de modo a garantir uma solução contínua sem impactar significativamente no custo computacional, a região de transmissão adotada foi limitada a dez elementos radiais da malha secundária conforme pode ser observado na Figura 5.17.



Figura 5.17: Delimitação da região de transmissão.

5.2.7. Validação do Chimera

A validação do Chimera foi feita por meio de duas etapas. Uma com os corpos afastados visando repetir os resultados obtidos nas simulações isoladas para cada corpo e a outra com os corpos alinhados longitudinalmente visando repetir os resultados obtidos por PATINO (2013),e assim comprovar a fluidez dos dados entre as malhas.

SUMNER (2010), mostra que para cilindros de mesmo diâmetro alinhados lado a lado, independentemente do número de Reynolds, existem 3 tipos de configurações que a esteira possa assumir. Uma esteira única para p/D = 1,00, uma assimetria biestável para $1,25 \le p/D \le 1,75$ e uma fraca interação entre os cilindros fazendo com que as esteiras tenham comportamento semelhante a de cilindros isolados com $P/D \ge 2,00$.

A Figura 5.18, extraída de AFGAN et al. (2011), ilustra este tipo de comportamento.



Figura 5.18: Esteira por razões de espaçamento p/d (AFGAN et al., 2011)

De modo a evitar todo e qualquer tipo de interferência entre os corpos, a simulação para repetir os resultados obtidos com os corpos isoladamente foi realizada adotando-se um espaçamento vertical entre os corpos equivalente a 10 vezes o diâmetro do cilindro. Os campos de pressão apresentados na Figura 5.19 corroboram para uma nulidade de interferência entre os corpos.



Figura 5.19: Campos de pressão para os corpos isolados.

A tabela abaixo mostra que o resultado obtido com os corpos afastados, utilizando a malha Chimera, reproduz fielmente o resultado obtido nas simulações dos corpos realizadas de forma isolada, todos os erros encontrados foram menores que 1,00%.

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
Cilindro Isolado	1,4173		0,6890	
Cilindro (Chimera)	1,4157	-0,11	0,6843	-0,67
Perfil Isolado	0,0539		0,0000	
Perfil (Chimera)	0,0543	0,72	0,0013	

Tabela 5.9 – Resultados corpos afastados (Chimera) e os corpos isolados

Visando repetir PATINO (2013), foram feitas duas simulações com o cilindro e o perfil alinhados, distanciando três vezes e meia o diâmetro do cilindro, para o perfil com Reynolds 500 e 20 graus de ângulo de ataque e Reynolds 600 e 10 graus de ângulos de ataque.

Simulação	Reynolds		Distância	Ângulo de
Sillulação	Cilindro	Perfil	Longitudinal	Ataque
1	60	500	3,5D	20
2	72	600	3,5D	10

Tabela 5.10 – Simulações realizadas visando repetir PATINO (2013)

As tabelas abaixo mostram os resulta dos das simulações obtidos com a malha Chimera, em comparação ao resultado obtido por Patino (2013).

Tabela 5.11 - Comparação resultados PATINO (2013) para Re 500

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
Perfil alinhado (Patino)	0,3531		0,7032	
Perfil alinhado (Chimera)	0,3803	7,69	0,7902	12,37
Cilindro alinhado (Patino)	1,1692		0,0842	
Cilindro alinhado (Chimera)	1,2424	6,26	0,0739	-12,22

Tabela 5.12 - Comparação resultados PATINO (2013) para Re 600

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
Perfil alinhado (Patino)	0,1247		0,2933	
Perfil alinhado (Chimera)	0,1296	3,92	0,3274	11,61
Cilindro alinhado (Patino)	1,1008		0,0317	
Cilindro alinhado (Chimera)	1,1816	7,34	0,0320	0,93

Observa-se que em ambos os trabalhos os coeficientes de arrasto se mantiveram com um erro menor que 10% e os coeficientes de sustentação, apesar de maior que 10% em alguns casos, ainda se mantiveram muito próximo a este valor.

Como neste trabalho o foco é analisar o comportamento do perfil quando submetido à esteira turbilhonar do cilindro, verificamos como como se comportam os coeficientes no perfil quando alinhado ao cilindro, comparativamente com os valores encontrados para o perfil isolado.

Em PATINO (2013), para Reynolds 500, com os corpos alinhados e afastados de 3,5D e o perfil com ângulo de ataque de 20 graus, o coeficiente de arrasto do perfil diminui 11,99% e o seu coeficiente de sustentação diminui 6,77% quando comparados as simulações isoladas por ele realizadas. Neste trabalho as perdas encontradas foram de11,98% e 5,59% respectivamente.

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
Perfil isolado (Patino)	0,4012		0,7543	
Perfil alinhado (Patino)	0,3531	-11,99	0,7032	-6,77
Perfil isolado	0,4320		0,8402	
Perfil alinhado (Chimera)	0,3803	-11,98	0,7902	-5,95

Tabela 5.13 – Comparação resultados perfil isolado a Re 500

Para Reynolds 600 e ângulo de ataque de 10 graus, os padrões de diferença praticamente se repetem nos dois trabalhos, como pode ser verificado na tabela abaixo.

Tabela 5.14 - Comparação resultados perfil isolado a Re 600

Simulação	C_d	δ [%]	C_l	δ [%]
Perfil isolado (Patino)	0,1899		0,4390	
Perfil alinhado (Patino)	0,1247	-34,33	0,2933	-33,19
Perfil isolado	0,1992		0,4178	
Perfil alinhado (Chimera)	0,1296	-34,95	0,3274	-21,65

Na abaixo pode-se observar um resumo da analise quanto ao comportamento do perfil quando submetido à esteira turbilhonar do cilindro, podemos verificar que em ambos os trabalhos os valores se alteram praticamente na mesma proporção percentual.

Tabela 5.15 – Diferença coeficientes do perfil alinhado

Simulação	Perfil Re 500 – 20° – 3,5D		Perfil Re 600 – 10° – 3,5D	
Siniulação	δC _d [%]	δC _l [%]	δC_d [%]	δC _l [%]
Patino (2013)	-11,99	-6,77	-34,33	-33,19
Este trabalho	-11,98	-5,95	-34,95	-21,65

Com base nos resultados obtidos na simulação realizada com os corpos afastados e nas simulações realizadas com os corpos alinhados, pode-se dizer que a fluidez entre as malhas que compreendem o Chimera é feita de forma satisfatória, com isso o método encontra-se validado.

6. Resultados e Discussão

Nesta seção são apresentados os dados obtidos nos casos estudados. Além disso é apresentada uma discussão a respeito dos resultados encontrados.

Os dados foram obtidos por meio de simulações computacionais utilizando um computador pessoal com a configuração de hardware e software apresentada na tabela abaixo.

Descrição	Modelo
Notebook	Acer Nitro 5 (AN515-55)
Processador	Intel Core i7 (10ª geração)
RAM	32 GB
Placa de Vídeo	NVIDIA GeForce GTX 1660 Ti
HD	512 GB SSD
Sistema Operacional	Windows 11 Home
Compilador FORTRAN	Code::Blocks 20.03

Tabela 6.1 – Configurações de hardware e software utilizados

Em média foram necessários aproximadamente 80 horas para simular cada um dos 36 casos, o que resulta em quatro meses processamento ininterrupto, isto sem contar as horas de simulação utilizadas para validação dos códigos, correção de falhas, seleção das malhas, implementação do Chimera, e tantas outras que foram interrompidas devido a quedas de energia, reinicialização da máquina, atualização do sistema dentre outros contratempos.

6.1. Simulações Perfil NACA 0012 Isolado

6.1.1. Perfil com Ângulo de Ataque Zero Grau

Para um perfil simétrico com ângulo de ataque zero, espera-se que a sustentação do sistema seja nula em qualquer instante de tempo.

Na Figura 6.1, pode-se observar no nariz do perfil um centro de alta pressão e a presença de um ponto de estagnação. Das linhas de corrente tem-se que o escoamento permanece colado na superfície do corpo, deixando as superfícies superior e inferior junto ao bordo de fuga, segundo a condição de Kutta, não ocorre o desprendimento de vórtices

a jusante do perfil. Este comportamento demonstra que o resultado das forças hidrodinâmicas concorda com a teoria de fólios.



Figura 6.1: Coef. pressão – perfil isolado – 0 grau – $Re 5x10^3$

Por não ocorrer desprendimento de vórtices na esteira do cilindro, espera-se que as séries temporais dos coeficientes do perfil sejam constantes, o que pode ser observado na Figura 6.2.



Figura 6.2: Séries temporais – perfil isolado – 0 grau – $Re 5x10^3$

Conforme pode ser observado nas figuras abaixo, este mesmo comportamento se repete nas simulações para os casos em que Reynolds é $5x10^5$ e $1x10^6$, no entanto, para Reynolds igual a $1x10^6$, começa a observar uma certa instabilidade das camadas cisalhantes e uma oscilação na esteira, porém ainda sem ocorrer o surgimento e desprendimento de vórtices, ou seja, sem alterar o comportamento das propriedades hidrodinâmicas do perfil.


Figura 6.3: Vorticidade e Séries temporais – perfil isolado – 0 grau – $Re 5x10^5$



Figura 6.4: Vorticidade e Séries temporais – perfil isolado – 0 grau – $Re 1x10^6$

Os coeficientes de arrasto e de sustentação obtidos para o perfil isolado com ângulo de ataque zero são apresentados na Tabela 6.2, abaixo:

Reynolds	C_d	C_l
$5x10^{3}$	0,0548	0,0000
$5x10^{5}$	0,0136	0,0000
$1x10^{6}$	0,0097	0,0001

Tabela 6.2 – Coeficientes – perfil isolado – 0 grau

6.1.2. Perfil com ângulo de Ataque Dez Graus

Para a simulação com o ângulo de ataque igual a dez graus e Reynolds $5x10^3$, apresentada na Figura 6.5, é possível observar que o ponto de estagnação se desloca para o bordo inferior do perfil junto com o centro de alta pressão. Na parte de vante do extradorso do perfil nota-se a presença de um campo de baixa pressão e pequenos centros que se deslocam ao longo da superfície superior do perfil com o escoamento.

Devido à camada limite ser laminar para este regime de escoamento, ocorre a separação da camada limite que também pode ser observado na figura abaixo.



Figura 6.5: Coef. pressão – perfil isolado – 10 grau – $Re 5x10^3$

Como os núcleos de pressão são transportados pelo escoamento e se desprendem do corpo, apesar de suas pequenas intensidades, eles acabam formando uma esteira de vórtices. Este fenômeno pode ser melhor observado na Figura 6.6.



Figura 6.6: Vorticidade – perfil isolado – 10 grau – $Re 5x10^3$

Para Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, na parte de vante do extradorso do perfil, nota-se a presença de um grande campo de baixa pressão, enquanto que na parte inferior do perfil a distribuição de pressão segue a mesma do caso com Reynolds $5x10^3$, no entanto com maior intensidade.



Figura 6.7: Coef. pressão – perfil isolado – 10 grau – $Re 5x10^5$



Figura 6.8: Vorticidade – perfil isolado – 10 grau – *Re* 1x10⁶

Na Figura 6.7 e na Figura 6.8, ainda é possível observar, por meio das linhas de corrente, que para estes casos o escoamento permanece colado ao corpo e se comporta aparentemente como regime permanente, no entanto, pode-se perceber uma pequena oscilação na esteira e valores oscilatórios para os coeficientes de arrasto e sustentação, conforme Figura 6.9.



Figura 6.9: Séries temporais – perfil isolado – 10 grau – *Re* 1x10⁶

Na Figura 6.9 e na Figura 6.10 exemplificam as séries temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação gerados pela distribuição assimétrica de pressão.



Figura 6.10: Séries Temporais – perfil isolado – 10 grau – *Re* 5x10³

Conforme esperado, os valores dos coeficientes de arrasto e sustentação não são um valor constante e tem um comportamento oscilatório como mostrado nas figura acima.

No regime permanente de oscilação, os coeficientes médios de arrasto e de sustentação obtidos são apresentados na Tabela 6.3:

Tabela 6.3 - Coeficientes - perfil isolado - 10 graus

Reynolds	C_d	C_l
$5x10^{3}$	0,1370	0,4799
$5x10^{5}$	0,0340	0,9496
$1x10^{6}$	0,0316	0,9019

Para a obtenção do número de Strouhal, realiza-se uma análise espectral dos coeficientes de arrasto e sustentação dos regimes simulados, aqui exemplificado por Reynolds $5x10^3$ e apresentado na Figura 6.11. Nela são mostradas as oscilações destes coeficientes adimensionalizadas no domínio da frequência.



Figura 6.11: Coeficientes no domínio da frequência – perfil isolado – 10 graus – $Re 5x10^3$

O número de Strouhal é obtido diretamente do gráfico observando a frequência do coeficiente de sustentação. Desta forma, a Tabela 6.4 resume os resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil isolado com ângulo de ataque de dez graus.

Reynolds	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	0,1370	0,4799	0,1347
$5x10^{5}$	0,0340	0,9496	0,1491
$1x10^{6}$	0,0316	0,9019	0,1461

Tabela 6.4 - Resultados - perfil isolado - 10 graus

6.1.3. Perfil com Ângulo de Ataque Vinte Graus

Para o ângulo de ataque de vinte graus, por meio das linhas de corrente apresentadas na Figura 6.12, é possível observar um descolamento massivo da camada limite na região do dorso superior do perfil. Esta separação gera um grande campo de baixa pressão que engloba praticamente toda a superfície superior do perfil.



Figura 6.12: Coef. pressão – perfil isolado – 20 graus – $Re 5x10^3$

Na parte inferior do perfil também é possível verificar a presença de um ponto estagnação próximo ao seu nariz com um campo de alta pressão que abrange uma região maior ao longo da parte inferior do perfil do que a abrangida no caso em que o ângulo de ataque era dez graus.

Com uma inclinação de vinte graus os campos de pressão também são transportados pelo escoamento e formam a esteira de vórtices, como pode ser observado na Figura 6.13.



Figura 6.13: Vorticidade – perfil isolado – 20 graus – $Re 5x10^3$

A emissão alternada de vórtices causa uma distribuição de pressão assimétrica, sobretudo na parte dorsal do perfil, dando origem a forças alternadas de sustentação e arrasto que podem ser observadas nas séries temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação apresentada na Figura 6.14.



Figura 6.14: Séries temporais – perfil isolado – 20 graus – $Re 5x10^3$

No regime permanente de oscilação, os coeficientes médios de arrasto e de sustentação são apresentados na Tabela 6.5:

	Tabela 6.5 – Coeficientes –	perfil isolado – 20	graus – $Re 5x10^3$
--	-----------------------------	---------------------	---------------------

Reynolds	C_d	C_l
$5x10^{3}$	0,3774	0,8435

Na Figura 6.15 tem-se a análise espectral dos coeficientes de arrasto e sustentação de onde é retirado o número de Strouhal.



Figura 6.15: Coeficientes no domínio da frequência – perfil isolado – 20 graus – $Re \ 5x10^3$

O caso apresentado acima, para Reynolds $5x10^3$, é considerado como ilustrativo pois as simulações com Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$ apresentaram praticamente o mesmo comportamento. Com isso a Tabela 6.6 resume todos os resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil isolado com ângulo de ataque 20 graus.

Reynolds	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	0,3774	0,8435	0,0736
$5x10^{5}$	0,3481	0,9152	0,0781
$1x10^{6}$	0,3221	0,9447	0,0758

Tabela 6.6 – Resultados – perfil isolado – 20 graus

6.1.4. Variação do Coeficiente de Arrasto

Para interpretar o comportamento do coeficiente de arrasto é conveniente saber que o coeficiente de arrasto é composto por duas componentes, uma devida aos efeitos viscosos (relativa ao atrito superficial) e a outra devida aos efeitos de pressão (relativa à forma). Uma vez considerado que o fluxo no infinito e o tamanho do corpo permanecem fixos, então, o coeficiente de arrasto torna-se proporcional ao arrasto e o aumento em Reynolds corresponde a uma diminuição na viscosidade.

Observando-se a Figura 6.16, pode-se notar que, para a placa plana alinhada ao escoamento, devido a predominância da componente viscosa, em Reynolds menores, onde o escoamento é laminar, a diminuição da viscosidade (aumento de Reynolds) leva a uma diminuição do arrasto, como pode ser esperado. Há medida em que ocorre uma transição para a turbulência, o arrasto então aumenta com a diminuição da viscosidade até que o efeito de transição seja saturado. Depois disso, a diminuição adicional da viscosidade reduz o arrasto, mas a uma taxa muito mais lenta do que para o fluxo laminar.



Figura 6.16: Comportamento do arrasto em função de Reynolds

Para a placa plana perpendicular ao escoamento, observa-se a predominância da componente de forma, a qual, devido a separação do fluxo nas bordas da placa, gera uma grande diferença de pressão nas partes a montante e a jusante do corpo, sendo assim, o arrasto permanece alto independentemente do número de Reynolds.

Para o cilindro circular, também ocorre a separação do fluxo, no entanto, quando a camada limite na superfície do cilindro sofre transição para a turbulência, o coeficiente de arrasto cai à medida que Reynolds aumenta. Isso acontece porque as camadas limites turbulentas são mais resistentes à separação e, como resultado, a região de separação encolhe, diminuindo o arrasto de pressão.

As curvas de arrasto da elipse e do perfil tendem a ter um comportamento intermediário entre o apresentado para o cilindro e para a placa plana alinhada ao escoamento.

Na Figura 6.17 é apresentada a variação do coeficiente de arrasto para o perfil isolado, com ângulo de ataque nulo, em função de Reynolds.



Figura 6.17: Coef. arrasto – perfil isolado – 0 grau

Observa-se que, conforme apresentado na Figura 6.16, o coeficiente de arrasto decresce com o aumento de Reynolds. Pode-se entender melhor este fenômeno observando as duas componentes que compõem o coeficiente de arrasto. Nota-se que a componente devida aos efeitos viscosos é predominante em relação à devida aos efeitos de pressão.

Considerando que o aumento de Reynolds corresponde a uma diminuição na viscosidade, é esperado que os efeitos viscosos se tornem menos representativos e que os efeitos devidos à pressão se tornem predominantes em Reynolds mais elevados.

Já para os ângulos de ataque de dez e vinte graus apresentados na Figura 6.18 e na Figura 6.19, apesar do coeficiente de arrasto continuar diminuindo com o aumento de Reynolds, nestes casos é notória a predominância da componente devida à pressão, bem como a sua gradativa aproximação do coeficiente de arrasto total com o aumento de Reynolds



Figura 6.18: Coef. arrasto - perfil isolado - 10 graus



Figura 6.19: Coef. arrasto – perfil isolado – 20 graus

Da Figura 6.17, Figura 6.18 e Figura 6.19, nota-se que há medida que ocorre um incremento no ângulo de ataque do perfil o comportamento do coeficiente arrasto se afasta do comportamento semelhante ao de uma placa plana paralela ao escoamento e se aproxima do comportamento semelhante ao de uma placa plana perpendicular ao escoamento, ambos apresentados na Figura 6.16.

Em outras palavras, pode-se dizer que a variação de forma gerada pela inclinação do perfil faz com que a componente devida à pressão se torne cada vez mais predominante e que a componente devida aos efeitos viscosos reduza a sua contribuição para o coeficiente de arrasto total.

Uma análise quanto ao comportamento do coeficiente de arrasto em função do ângulo de ataque é vista na Figura 6.20. Nela é apresentado os coeficientes de arrasto do perfil isolado para os três regimes simulados, bem como as curvas destes encontradas na literatura. A curva para o regime de $Re 5x10^3$ foi retirada de BHUSHAN (2015) enquanto que as curvas para $Re 5x10^5$ e $Re 1x10^6$ foram calculadas por meio do Xfoil e obtidas na internet¹.

As linhas pontilhadas que ligam os resultados encontrados neste trabalho são uma aproximação polinomial de terceiro grau e servem para facilitar a compreensão.



Figura 6.20: Coef. arrasto – perfil isolado

Como todas as simulações, tanto para o perfil isolado, quanto para o perfil sob a interferência do cilindro em seus diversos afastamentos foram realizadas para os mesmo números de Reynolds e ângulos de ataque, para facilitar o entendimento da análise, por mais que elas não representem a realidade, todas as curvas serão traçadas por meio de aproximações polinomiais de terceiro grau.

Sendo assim, pode ser feita a mesma análise individualmente para cada um dos regimes simulados. Para Reynolds $5x10^3$ a Figura 6.21 comprova que o coeficiente de arrasto aumenta com a inclinação do perfil, o que já era esperado devido ao variação de forma gerada por sua inclinação.

¹ Disponível em: <u>http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il</u> Acesso em: 12 ago. 2022, 18:45:00.



Figura 6.21: Coef. arrasto – perfil isolado – $Re 5x10^3$

Analisando o coeficiente de arrasto em suas duas componentes, na figura acima pode-se verificar que a variação de forma gerada pela inclinação do perfil faz com que a componente devida à pressão se torne cada vez mais predominante. Isto fica claro ao se observar que a componente devida aos efeitos viscosos, que representa a maior parcela de contribuição para o ângulo de ataque nulo, permanece praticamente constante enquanto que a componente devida à pressão se aproxima do coeficiente total se tornando a maior contribuinte com o aumento do ângulo de ataque.

Nos regimes de Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, ilustrados pela Figura 6.22, verifica-se mais uma vez que o aumento do ângulo de ataque do perfil contribui diretamente para o aumento do coeficiente de arrasto e para o aumento da contribuição da componente devida à pressão.



Figura 6.22: Coef. arrasto – perfil isolado – $Re 5x10^5$ e $Re 1x10^6$

6.1.5. Variação do Coeficiente de Sustentação

Considerando que o coeficiente de sustentação, de uma forma simplificada, é a capacidade que um determinado perfil tem de gerar sustentação, e que a sustentação é a componente, perpendicular ao escoamento, da força que surge da diferença de pressão entre a superfície superior e inferior do perfil, a interpretação da variação do coeficiente de sustentação é realizada praticamente da mesma maneira que a da variação do coeficiente de arrasto, uma vez que as forças que dão origem à sustentação e ao arrasto do perfil são as mesmas.

A Figura 6.23 apresenta o coeficiente de sustentação do perfil isolado, em função do ângulo de ataque, para os três regimes simulados. Assim como feito para o arrasto, nela também são apresentados o comportamentos dos coeficientes de sustentação encontrados na literatura. A curva para o regime de $Re 5x10^3$ foi retirada de BHUSHAN (2015) enquanto que as curvas para $Re 5x10^5$ e $Re 1x10^6$ foram calculadas por meio do Xfoil e obtidas na internet².

Conforme mencionado para o arrasto, as linhas pontilhadas que ligam os resultados encontrados neste trabalho são uma aproximação polinomial de terceiro grau e, para facilitar o entendimento, serão traçadas nas demais análises, por mais que elas não representem a realidade.



Figura 6.23: Coef. sustentação – perfil isolado

² Disponível em: <u>http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il</u> Acesso em: 12 ago. 2022, 18:45:00.

Uma das principais preocupações ao se analisar as propriedades hidrodinâmicas de um perfil é saber o ângulo de estol para o regime estudado, nele, devida a massiva separação da camada limite, o perfil sofre uma queda de sustentação abrupta e um incremento no arrasto. Observando a Figura 6.20 e a Figura 6.23, pode-se inferir que o ângulo de estol para os regimes a $Re 5x10^5$ e $Re 1x10^6$ ocorrem logo após os quinze graus, enquanto que para de $Re 5x10^3$ o estol não fica perceptível, mas fica clara a ocorrência de separação da camada limite.

Da Figura 6.23 também pode-se comprovar que uma das principais influências que o número de Reynolds tem nas propriedades aerodinâmicas de um perfil é alterar o ângulo em que ocorre o estol. À medida que o número de Reynolds aumenta, o ângulo de estol e, consequentemente, o coeficiente de sustentação máximo também aumentam.

É possível ainda verificar que para o ângulo de ataque zero, devido a simetria em relação ao eixo "x", o coeficiente de sustentação é nulo independentemente do número de Reynolds, o que também pode ser verificado na Figura 6.24.



Figura 6.24: Coef. sustentação - perfil isolado - 0 grau

Sabendo-se que o ângulo de ataque é o fator controlador da distribuição de pressão em um perfil, para os ângulos de ataque de dez e vinte graus, apresentados na Figura 6.25 e na Figura 6.26 respectivamente, pode-se observar que a componente devida à pressão praticamente passa a coincidir com o coeficiente de sustentação total enquanto a componente devida aos efeitos viscosos se mantém próxima de zero, assim observa-se que para ângulos maiores, devido à alta variação de forma gerada pela inclinação do perfil, o mesmo se comportar como um corpo rombudo, com isso o coeficiente de sustentação tende variar menos com a alteração do número de Reynolds.



Figura 6.25: Coef. sustentação - perfil isolado - 10 graus



Figura 6.26: Coef. sustentação - perfil isolado - 20 graus

6.2. Simulações Cilindro Alinhado com Perfil NACA 0012

6.2.1. Cilindro Alinhado Com Perfil e Ângulo de Ataque Zero Grau

6.2.1.1. Afastamento 2,5D

O escoamento ao redor do perfil NACA 0012, com ângulo de ataque zero grau, sob a interferência do cilindro a uma distância de duas vezes e meia o seu diâmetro, no regime de *Re* $5x10^3$, é apresentado na Figura 6.27 abaixo.



Figura 6.27: Vorticidade – alinhado – 0 grau – 2,5D – $Re 5x10^3$

Por meio das linhas de corrente, pode-se observar o comportamento do escoamento ao redor do sistema. Inicialmente, analisando o perfil verifica-se que o escoamento permanece colado à superfície do perfil, e assim como no caso do perfil isolado com ângulo de ataque nulo, as linhas de corrente deixam suavemente a superfície do perfil sem a ocorrência de desprendimento de vórtices.

Na Figura 6.28, ao analisar região a montante do perfil (região entre os corpos), apesar do cilindro estar em regime subcrítico, a presença do perfil não permite que os vórtices gerados pelo cilindro cresçam o suficiente para atingir a instabilidade, assim observa-se a formação de dois vórtices simétricos e estacionários antes do bordo de ataque do perfil que deve resultar em um escoamento simétrico em relação ao eixo "x" e um coeficiente de sustentação nulo.



Figura 6.28: Linhas de corrente – entre corpos – 0 grau – 2,5D – $Re 5x10^3$

Observa-se também que com a presença desses vórtices estacionários na região entre os corpos o alta pressão e o ponto de estagnação que existiam no nariz do perfil dão lugar a uma região de baixa pressão, com isso espera-se que o coeficiente de arrasto do perfil alinhado ao cilindro, neste afastamento, seja menor do que o do perfil isolado.

Com o aumento de Reynolds os vórtices gerados pelo cilindro se tornam mais intenso, com isso em Reynolds $5x10^5$ e de $1x10^6$ a presença do perfil a jusante do cilindro não mais é suficiente para evitar que os vórtices atinjam a instabilidade, sendo assim, na Figura 6.29 é possível observar o crescimento dos vórtices até atingirem o perfil, onde se desprendem e caminham ao longo de sua superfície. Ademais, na Figura 6.30 observa-se o deslocamento dos centros de pressão, oriundos do cilindro, pelo entorno do perfil. Analisando as linhas de corrente, pode-se observar que a passagem dos centros pelo entorno do perfil contribui para o surgimento de bolhas de separação e posterior recolamento da camada limite.



Figura 6.29: Vorticidade – alinhado – 0 grau – 2,5D – $Re 5x10^5$



Figura 6.30: Coef pressão – alinhado – 0 grau – 2,5D – $Re 1x10^6$

Uma vez que para estes dois regimes houve a emissão alternada de vórtices, podese verificar a presença de forças alternadas de sustentação e arrasto. As séries temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação são apresentadas na Figura 6.31.



Figura 6.31: Séries temporais – alinhado – 0 grau – 2,5D – $Re 5x10^5$ e $Re 1x10^6$

Assim, mais uma vez, para os casos em que houve a emissão alternadas de vórtices, é possível, por meio da análise espectral dos coeficientes de arrasto e sustentação, verificar as oscilações destes coeficientes adimensionalizadas no domínio da frequência e obter o número de Strouhal associado à emissão dos vórtices. Está análise é apresentada na Figura 6.32 a seguir.



Figura 6.32: Coeficientes no domínio da frequência – alinhado – 0 grau – 2,5D – $Re 5x10^5$ e $Re 1x10^6$

A Tabela 6.7 apresenta os resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque de zero grau alinhado com o cilindro a uma distância de 2,5D.

	Cilindro			Perfil - 0 grau $- 2,5D$		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	0,8741	0,0005	-	-0,0182	0,0003	-
$5x10^{5}$	0,4613	-0,0003	0,2355	0,0096	0,0012	0,2355
$1x10^{6}$	0,4652	-0,0007	0,2349	0,0065	0,0014	0,2349

Tabela 6.7 - Resultados - alinhado - 0 grau - 2,5D

6.2.1.2. Afastamento 3,5D

Para os corpos com afastamento equivalente a três vezes e meia o diâmetro do cilindro, nota-se que a interferência causada pelo perfil não é mais suficiente a ponto de evitar o crescimento e a instabilidade dos vórtices gerado pelo cilindro nem mesmo para Reynolds $5x10^3$, assim, na medida que as perturbações do escoamento se tronam maiores que os efeitos viscosos, é possível observar na Figura 6.33 o desprendimento dos vórtices, já no cilindro, e o seu deslocamento até atingir o perfil e escoar de forma alternada pelos seus bordos.



Figura 6.33: Vorticidade – alinhado – 0 grau – $3,5D - Re 5x10^3$

Já na Figura 6.34, observa-se que novamente surge a presença de um centro de alta pressão próximo ao nariz do perfil, só que, se comparado à simulação com o perfil isolado, de menor intensidade e oscilatório entre a parte superior e inferior do perfil, o que denota que o coeficiente de arrasto para este caso deve sofrer uma redução quando comparado ao do perfil isolado.



Figura 6.34: Coef. pressão – alinhado – 0 grau – $3,5D - Re 5x10^3$

Das linhas de corrente, também observa-se que a passagem dos centros pelo entorno do perfil ocasiona o surgimento de bolhas de separação e recolamento da camada limite.

O escoamento alternado dos vórtices ao redor do perfil causa uma distribuição de pressão assimétrica ao redor do mesmo, dando origem as forças oscilatórias de sustentação e arrasto. As séries temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação que foram geradas pela distribuição assimétrica de pressão podem ser observadas na Figura 6.35.



Figura 6.35: Séries temporais – alinhado – 0 grau – $3,5D - Re 5x10^3$

Na Figura 6.36 é apresentada a análise espectral dos coeficientes de arrasto e sustentação. Nela são mostradas as oscilações destes coeficientes adimensionalizadas no domínio da frequência.



Figura 6.36: Coeficientes no domínio da frequência – alinhado – 0 grau – 3,5D – $Re 5x10^3$

Para o perfil, observa-se que a frequência de emissão de vórtices relativas ao arrasto é o dobro da frequência de emissão de vórtices relativa a sustentação, isso ocorre porque quem dita a frequência de emissão de vórtices é o cilindro, e para um cilindro, no arrasto são considerados os vórtices formados nas partes superior e inferior, computando uma emissão a cada meio período, enquanto que na sustentação apenas os vórtices formados na parte superior do cilindro são computados. Assim, a frequência de desprendimento de vórtices para o coeficiente de sustentação é a frequência de desprendimento de vórtices para um ciclo.

As simulações com Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$ apresentaram praticamente o mesmo comportamento da simulação para Reynolds $5x10^3$ acima ilustrada.

Com isso a Tabela 6.8 resume os resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque nulo alinhado com o cilindro a uma distância de três vezes e meia o diâmetro do cilindro.

	Cilindro			Perfil -0 grau $-3,5D$		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	1,3295	0,0038	0,1923	-0,0017	-0,0028	0,1923
$5x10^{5}$	0,4839	0,0003	0,2496	0,0093	0,0012	0,2496
$1x10^{6}$	0,4879	-0,0005	0,2496	0,0060	0,0001	0,2496

Tabela 6.8 – Resultados – alinhado – 0 grau – 3,5D

6.2.1.3. Afastamento 4,5D

Para os corpos afastados o equivalente a quatro vezes e meia o diâmetro do cilindro, as simulações, tanto com Reynolds $5x10^3$, quanto com Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, seguem o mesmo comportamento das realizadas com afastamento equivalente a três vezes e meia o diâmetro do cilindro. Abaixo, na Figura 6.37 e Figura 6.38 pode-se observar a similaridade do padrão de comportamento apresentado.



Figura 6.37: Coef. pressão – alinhado – 0 grau – $4,5D - Re 5x10^3$



Figura 6.38: Vorticidade – alinhado – 0 grau – 4,5D – $Re 5x10^3$

Quando comparada à Figura 6.33 a Figura 6.38 apresenta uma maior quantidade de vórtices situados na região entre os corpos, devido ao maior afastamento entre eles. Este maior afastamento também é responsável por fazer com que os vórtices desprendidos do cilindro, que carregam parte da baixa pressão que se concentra a seu jusante, viajem por uma maior distância perdendo intensidade antes de atingir o perfil, sendo assim, é esperado que, quando comparado ao afastamento 3,5D, a influência da

baixa pressão presente a montante do perfil, e sua contribuição para a redução do coeficiente de arrasto, reduza de intensidade, bem como o tamanho das bolhas de separação decorrentes do escoamento dos centros de baixa pressão pelo entorno do perfil.

Na Tabela 6.9 é apresentado o resumo dos resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque nulo e alinhado com o cilindro a uma distância de quatro vezes e meia o diâmetro do cilindro

	Cilindro			Perfil - 0 grau - 4,5D		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	1,3844	0,0024	0,1999	0,0000	0,0003	0,1999
$5x10^{5}$	0,4965	-0,0003	0,2606	0,0094	0,0000	0,2606
$1x10^{6}$	0,5003	0,0007	0,2569	0,0061	0,0013	0,2569

Tabela 6.9 - Resultados - alinhado - 0 grau - 4,5D

6.2.1.4. Variação do Coeficiente de Arrasto

A Figura 6.39 apresenta os resultados encontrados, em função de Reynolds, para o coeficiente de arrasto, tanto para o perfil isolado, como para o perfil alinhado com o cilindro afastados 2,5D, 3,5D e 4,5D.

Da figura, pode-se inferir que a presença do cilindro foi responsável por uma redução do coeficiente de arrasto, independentemente de Reynolds e do afastamento entre os corpos, entretanto esta redução não apresentou o mesmo comportamento nos diferentes regimes estudados.



Figura 6.39: Coef. arrasto x Reynolds – alinhado – 0 grau

Para melhor interpretar o comportamento hidrodinâmico do perfil quando suscetível à interferência do cilindro, é importante atentar que quando um fluido contorna um corpo rombudo, a separação do escoamento gera uma área de baixa pressão a jusante do mesmo, outrossim, todo corpo suscetível a um escoamento, por mais esbelto que ele seja, sofrerá algum tipo de aumento de pressão na área do bordo de ataque.

Assim, para o perfil alinhado ao cilindro, é esperado que a influência sofrida pela baixa pressão a jusante do cilindro contribua para a redução do coeficiente de arrasto, no entanto nos casos em que ocorre o desprendimento de vórtices do cilindro, o escoamento dos centros de baixa pressão pelo entorno das superfícies do perfil pode contribuir para o surgimento de bolhas de separação, que por conseguinte, contribuem para um aumento do coeficiente de arrasto.

Isso nos mostra que o comportamento final do coeficiente de arrasto depende de diversos fatores, mas em linhas gerais, o aumento de Reynolds acarreta na redução da contribuição dos efeitos viscosos e na redução do coeficiente de arrasto. O que de fato ocorreu em todos os casos simulados.

A grande redução observada em Reynolds $5x10^3$, aparentemente se dá pelo fato de apenas no afastamento de 2,5D ocorrer a presença de vórtices estacionários na região entre corpos (Figura 6.28). Isso faz com que o centro de alta pressão que antes ali existia com o perfil isolado deixe de existir e passe a dar lugar a uma grande região de baixa pressão, junto ao nariz do perfil, reduzindo drasticamente o seu coeficiente de arrasto.

Para os demais casos, a presença do perfil não foi suficiente para evitar que os vórtices gerados pelo cilindro atingissem a instabilidade, com isso, nesses casos, nota-se a presença de centros de alta pressão junto ao nariz do perfil, o que minimizam o efeito da redução do coeficiente de arrasto gerado pelo cilindro.



Figura 6.40: Variação Coef. arrasto e componentes x Reynolds – alinhado – 0 grau

Na Figura 6.40, observa-se que a componente viscosa do coeficiente de arrasto permanece praticamente inalterada nas simulações com o perfil alinhado ao cilindro. Em outras palavras pode-se dizer que as perturbações geradas pelo cilindro atingem o perfil e alteram o comportamento hidrodinâmico dele da mesma maneira como se o perfil tivesse sofrido uma variação de forma.

Isto somado aos baixos valores da parcela devida a pressão para o perfil com ângulo de ataque nulo, observados na Figura 6.21 e Figura 6.22, resulta na tendência do coeficiente de arrasto do perfil, sob interferência, se manter praticamente estável para os valores de *Re* $5x10^5$ e *Re* $1x10^6$, o que pode ser observado na Figura 6.39.

Esta estabilidade pode ser verificada abaixo. A Figura 6.41 apresenta a variação do coeficiente de arrasto para o perfil com ângulo de ataque zero, por Reynolds, mas em função do afastamento entre os corpos.



Figura 6.41: Variação Coef. arrasto e componentes x Distância – alinhado – 0 grau

A Figura 6.42, Figura 6.43 e a Tabela 6.10 apresentam a variação percentual do coeficiente de arrasto para os regimes simulados com ângulo de ataque zero. Pode-se verificar que com o ângulo de ataque zero, todos os regimes e afastamento estudados obtiveram uma redução do coeficiente de arrasto quando comparados ao perfil isolado. As maiores reduções percentuais se dão para o regime de *Re* $5x10^3$, onde o arrasto chega a ser negativo, ou seja, o perfil passa a ser atraído pelo cilindro.



Figura 6.42: Variação Coef. arrasto (%) x Reynolds - alinhado - 0 grau

Com relação ao comportamento em função da distância, observa-se que a influência máxima, aparentemente ocorre por volta do afastamento 3,5D, com exceção para o regime em $Re 5x10^3$, onde no afastamento de 2,5D ocorre a formação dos vórtices estacionários reduzindo drasticamente o coeficiente de arrasto.



Figura 6.43: Variação Coef. arrasto (%) x Distância - alinhado - 0 grau

Tabela 6.10 - Variação do coeficiente de arrasto - alinhado - 0 grau

	Isolado	2,5D		3,5D		4,5D	
Reynolds	C_d	C_d	δ [%]	C_d	δ [%]	C_d	δ [%]
$5x10^{3}$	0.0548	-0.0182	-133%	-0.0017	-103%	0.0000	-100%
$5x10^{5}$	0.0136	0.0096	-29%	0.0093	-32%	0.0094	-31%
$1x10^{6}$	0.0099	0.0065	-34%	0.0060	-39%	0.0061	-38%

6.2.1.5. Variação do Coeficiente de Sustentação

De acordo com a teoria de aerofólios, devido a simetria em relação ao eixo "x" para o ângulo de ataque de zero graus, espera-se que o coeficiente de sustentação do perfil seja nulo para todos os Reynolds, mesmo com a presença do cilindro.

A Figura 6.44 e a Figura 6.45 demonstram que as simulações concordam com a teoria. Além disso, é possível observar que, em alguns casos, mesmo com a presença de forças alternadas de sustentação e arrasto geradas pelas emissões de vórtices, o coeficiente de sustentação se manteve nulo.



Figura 6.44: Coef. sustentação e componentes x Reynolds – alinhado – 0 grau



Figura 6.45: Coef. sustentação e componentes x Distância – alinhado – 0 grau

6.2.1.6. Variação do Número de Strouhal

Na Figura 6.46 é apresentada a variação do número de Strouhal, em função de Reynolds, para o perfil com ângulo de ataque zero.



Figura 6.46: Número de Strouhal x Reynolds – alinhado – 0 grau

Nota-se que para o caso do perfil isolado não houve desprendimento de vórtices nos regimes simulados, conforme visto em 6.1.1, bem como no caso do perfil alinhado com o cilindro à distância 2,5D e $Re 5x10^3$, onde a presença do cilindro suprimiu o desprendimento dos vórtices gerando os vórtices estacionários entre os corpo. Para estes casos observa-se o número de Strouhal zerado.

Nos demais casos ocorre a oscilação da esteira sendo possível calcular o número de Strouhal a partir da análise espectral dos coeficiente de sustentação e arrasto dos corpos. Em todos os regimes estudados, percebeu-se que com o cilindro e o perfil alinhados, quando ocorre oscilação na esteira, a frequência de oscilação é ditada pelo corpo que está a montante, no caso o cilindro. Isto é fácil de se constatar por meio da Figura 6.38, nela observamos facilmente os vórtices se desprendendo do cilindro, se deslocando no escoamento, atingindo o perfil e escoando pelo seu entorno. Todos igualmente afastados, ou seja, praticamente na mesma frequência.

Desta forma, esperar-se que o comportamento do número de Strouhal do perfil siga o comportamento e os valores de Strouhal do cilindro, assim, considerando-se a correlação entre os números de Reynolds para o perfil e o cilindro apresentada na Tabela 4.1, para a variação de Reynolds de $5x10^3$ até $1x10^6$ para o perfil, na Figura 6.46 observa-se um comportamento ascendente e depois descendente condizente com a variação de $6x10^2$ ate $1,2x10^5$ para o cilindro, observado na Figura 6.47. Com os valores próximos a 0,2.



Figura 6.47: Relação Número de Strouhal x Reynolds - cilindro

6.2.2. Cilindro Alinhado Com Perfil e Ângulo de Ataque Dez Graus

6.2.2.1. Afastamento 2,5D

O escoamento ao redor do perfil NACA 0012, com ângulo de ataque dez graus, sob a interferência do cilindro a uma distância equivalente a duas vezes e meia o seu diâmetro e para Reynolds $5x10^3$, é apresentado na Figura 6.48 a seguir.



Figura 6.48: Coef. pressão – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re 5x10^3$

Para este regime, nota-se que, apesar da proximidade dos corpos, diferente do que ocorre com o mesmo afastamento e ângulo de ataque zero, devido à quebra de simetria no eixo "x" gerada pela inclinação do perfil, a presença do perfil não é mais suficiente para evitar que os vórtices gerados cresçam e se desprendam do cilindro, assim, para

 $Re 5x10^3$ é possível observar o desprendimento dos vórtices, seu posterior escoamento ao longo do perfil e o surgimento de uma esteira de vórtices.

Devido à baixa velocidade do fluido e a passagem dos vórtices, é possível ainda observar um descolamento do escoamento na parte inicial do perfil. Na Figura 6.49 notase que este descolamento acarreta em uma esteira mais larga quando comparado aos regimes com Reynolds mais elevados, onde a velocidade do fluido recola o escoamento rapidamente.



Figura 6.49: Vorticidade – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re 5x10^3$ e $Re 1x10^6$

Na Figura 6.50, é possível observar que, para os regimes com Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, as interferências geradas pelo deslocamento dos vórtices ao longo do perfil já são suficientes para que ocorra a separação da camada limite e o surgimento de uma bolha laminar junto ao bordo de fuga no extradorso do perfil, o que deve impactar na capacidade de sustentação do perfil.



Figura 6.50: Coef. pressão – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re 5x10^5$ e $Re 1x10^6$

No restante, o comportamento para os três regimes simulados apresentam o comportamento esperado com o escoamento alternado dos vórtices ao longo do perfil causando uma distribuição de pressão assimétrica ao redor do mesmo e dando origem as forças oscilatórias de sustentação e arrasto. As séries temporais dos coeficientes de sustentação e arrasto para cada um dos regimes simulados são apresentadas nas figuras abaixo.



Figura 6.51: Séries temporais – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re 5x10^3$



Figura 6.52: Séries temporais – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re 5x10^5$



Figura 6.53: Séries temporais – alinhado – 10 graus – 2,5D – $Re 1x10^6$

A Tabela 6.11 apresenta o resumo dos resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque de dez graus alinhado com o cilindro a uma distância de duas vezes e meia o diâmetro do cilindro

	Cilindro			Perfil – 10 graus – 2,5D		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	1,2870	0,0441	0,1781	0,0753	0,2641	0,1781
$5x10^{5}$	0,4891	0,0067	0,2642	0,0506	0,6821	0,2642
$1x10^{6}$	0,4809	0,0023	0,2535	0,0543	0,5827	0,2535

Tabela 6.11 - Resultados - alinhado - 10 graus - 2,5D

6.2.2.2. Afastamento 3,5D

Nas figuras abaixo são apresentados os resultados para as simulações com os corpos com afastamento equivalente a três vezes e meia o diâmetro do cilindro.



Figura 6.54: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $3,5D - Re 5x10^3$



Figura 6.55: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $3,5D - Re 5x10^5$



Figura 6.56: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $3,5D - Re 1x10^6$

Quanto ao comportamento hidrodinâmico do escoamento, por meio das figuras, não foi possível observar nenhuma diferença entre os casos com os corpos afastados 3,5D e os casos com os corpos afastados 2,5D apresentados no item anterior, no entanto, em virtude do aumento do afastamento entre os corpos, é de se esperar que a zona de baixa pressão que se forma a jusante do cilindro exerça uma menor influencia a montante do perfil, com isso, é esperado um aumento do coeficiente de atrito do perfil.

A Tabela 6.12 apresenta o resumo dos resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque de dez graus alinhado com o cilindro a uma distância de três vezes e meia o diâmetro do cilindro.

	Cilindro			Perfil – 10 graus – 3,5D		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	1,2890	0,0358	0,1888	0,0770	0,2519	0,1888
$5x10^{5}$	0,4893	0,0050	0,2606	0,0625	0,5846	0,2606
$1x10^{6}$	0,4848	0,0014	0,2535	0,0616	0,5108	0,2535

Tabela 6.12 - Resultados - alinhado - 10 graus - 3,5D

6.2.2.3. Afastamento 4,5D

Para os corpos afastados o equivalente a quatro vezes e meia o diâmetro do cilindro, da mesma forma que ocorre com o afastamento 3,5D, o comportamento hidrodinâmico dos casos simulados não apresentam nenhuma alteração significativa. Nas figuras abaixo são ilustrados os resultados destas simulações.



Figura 6.57: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $4,5D - Re 5x10^3$



Figura 6.58: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – 4,5D – $Re 5x10^5$



Figura 6.59: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 10 graus – $4,5D - Re \ 1x10^6$

A Tabela 6.13 apresenta o resumo dos resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque de dez graus alinhado com o cilindro a uma distância de quatro vezes e meia o diâmetro do cilindro.

	Cilindro			Perfil – 10 graus – 4,5D		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	1,3448	0,0328	0,1959	0,0757	0,2533	0,1959
$5x10^{5}$	0,5002	0,0043	0,2642	0,0629	0,5898	0,2642
$1x10^{6}$	0,4982	0,0026	0,2590	0,0602	0,5366	0,2590

Tabela 6.13 - Resultados- alinhado - 10 graus - 4,5D

6.2.2.4. Variação do Coeficiente de Arrasto

O comportamento dos coeficientes de arrasto do perfil com ângulo de ataque de dez graus podem ser observados na Figura 6.60 abaixo.



Figura 6.60: Coef. arrasto x Reynolds – alinhado – 10 graus

Diferente do que ocorreu com o ângulo de ataque nulo, para o ângulo de ataque de dez graus, pode-se notar uma não uniformidade na interferência do comportamento hidrodinâmico provocada pelo cilindro. Para Reynolds $5x10^3$, a presença do cilindro faz com que o valor do coeficiente de arrasto diminua em relação ao do perfil isolado, enquanto que para Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, o cilindro interfere fazendo com que o coeficiente de arrasto aumente. A Figura 6.61 mostra claramente este comportamento, bem como a diminuição da intensidade da interferência exercida pelo cilindro.



Figura 6.61: Coef. arrasto e componentes x Distância – alinhado – 10 graus

Mais uma vez, para se tentar entender estas peculiaridades faz-se necessária a análise das componentes que formam o arrasto. Conforme visto na Figura 6.18, para ângulo de ataque de dez graus a componente devida à pressão já é predominante em relação a devida aos efeitos viscosos. Além disso, também foi visto que com o aumento de Reynolds é esperado que os efeitos viscosos se tornem menos representativos e que os efeitos devidos à pressão se tornem ainda mais predominantes. A Figura 6.62 confirma esta situação.



Figura 6.62: Coef. arrasto e componentes x Reynolds – alinhado – 10 graus

Com o aumento da predominância dos efeitos devidos à pressão, a separação da camada limite na seção final do extradorso do perfil, que não ocorria para o perfil isolado em Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, Figura 6.7 e Figura 6.8, e que agora passa a ocorrer, ocasiona o surgimento de uma bolsa laminar com intensa recirculação de escoamento que
contribui para o aumento do arrasto e para a redução da sustentação do perfil, explicando o porquê nesses regimes a interferência do cilindro contribui para um aumento do arrasto.

As figuras abaixo apresentam a variação percentual do coeficiente de arrasto para os regimes simulados com ângulo de ataque de dez graus.



Figura 6.63: Variação Coef. arrasto (%) x Reynolds – alinhado – 10 grau

Pode-se verificar que para o ângulo de ataque de dez graus, dependendo do regime simulado, o arrasto do perfil pode aumentar ou diminuir quando comparado ao perfil isolado, no entanto, pode-se afirmar que para os casos simulados, o aumento de Reynolds ocasiona um incremento do arrasto do perfil.

Com relação ao comportamento em função da distância, mais uma vez pode-se dizer que a influência máxima ocorre por volta do afastamento 3,5D.



Figura 6.64: Variação Coef. arrasto (%) x Distância - alinhado - 10 grau

A Tabela 6.14 apresenta os valores percentuais da variação do coeficiente de arrasto para os casos simulados com ângulo de ataque de dez graus.

	Isolado	2,5D		3,5D		4,5D	
Reynolds	C_d	C_d	δ [%]	C_d	δ [%]	C_d	δ [%]
$5x10^{3}$	0.1370	0.0753	-45%	0.0770	-44%	0.0757	-45%
$5x10^{5}$	0.0340	0.0506	49%	0.0625	84%	0.0629	85%
$1x10^{6}$	0.0316	0.0543	72%	0.0616	95%	0.0602	91%

Tabela 6.14 – Variação do coeficiente de arrasto – alinhado – 10 graus

6.2.2.5. Variação do Coeficiente de Sustentação

Conforme visto na análise do coeficiente de sustentação para o perfil isolado, para o ângulo de ataque de dez graus a componente devida à pressão praticamente passa a coincidir com o coeficiente de sustentação total enquanto a componente devida aos efeitos viscosos se mantém praticamente nula. Este comportamento se repte para o perfil alinhado com o cilindro. Na Figura 6.65 observa-se as componentes devido aos efeitos viscosos praticamente zeradas.



Figura 6.65: Coef. sustentação e componentes x Reynolds – alinhado – 10 graus

Para todos os casos simulados, quando alinhado ao cilindro, o perfil com o ângulo e ataque de dez graus sofre uma redução em seu coeficiente de sustentação se comparado ao perfil isolado na mesma configuração, assim, nota-se que o cilindro provoca uma perda na capacidade de sustentação do perfil.

Quanto ao comportamento individual de cada afastamento, fica notório ao se observar as curvas de Reynolds na Figura 6.66 que o coeficiente de sustentação aumenta

com transição de $Re 5x10^3$ para $Re 5x10^5$ (azul para vermelho) e depois diminui na transição para $Re 1x10^6$ (vermelho para verde).



Figura 6.66: Coef. sustentação x Distância – alinhado – 10 graus

Cabe ressaltar que este comportamento ocorreu em todos casos simulados com o ângulo de ataque dez graus, sejam eles com o perfil isolado, ou com o perfil alinhado com o cilindro em quaisquer das distâncias.

Este comportamento se dá devido ao baixo coeficiente de sustentação observado em $Re 5x10^3$.já com o perfil isolado. De acordo com SELIG (2004), o escoamento em perfis a baixo número de Reynolds pode resultar no recolamento das bolhas de separação laminar e consequente perda de sustentação.

As figuras abaixo apresentam a variação percentual do coeficiente de sustentação para os regimes simulados com ângulo de ataque de dez graus.



Figura 6.67: Variação Coef. sustentação (%) x Reynolds – alinhado – 10 grau

Verifica-se que para o ângulo de ataque de dez graus o perfil perde sustentação em todos os regimes simulados, sendo que observa-se uma perda quase que idêntica para os afastamento de 3,5D e 4,5D.

Com relação ao comportamento em função da distância, observa-se na Figura 6.68 que para todos os regimes simulados, assim como ocorreu com o arrasto, a influência máxima ocorre por volta do afastamento 3,5D.



Figura 6.68: Variação Coef. sustentação (%) x Distância – alinhado – 10 grau

A Tabela 6.15 apresenta os valores percentuais da variação do coeficiente de sustentação para os casos simulados com ângulo de ataque de dez graus.

	Isolado	2,5D		3,51)	4,5	5D
Reynolds	C_l	C_l	δ [%]	C_l	δ [%]	C_l	δ [%]
$5x10^{3}$	0.4799	0.2641	-45%	0.2519	-48%	0.2533	-47%
$5x10^{5}$	0.9496	0.6821	-28%	0.5846	-38%	0.5898	-38%
$1x10^{6}$	0.9019	0.5827	-35%	0.5108	-43%	0.5366	-41%

6.2.2.6. Variação do Número de Strouhal

Na Figura 6.69 é apresentada a variação do número de Strouhal, em função de Reynolds, para o perfil com ângulo de ataque de dez graus.



Figura 6.69: Número de Strouhal x Reynolds – alinhado – 10 graus

Nestas configurações para ângulo de ataque dez graus ocorre a oscilação da esteira em todos os casos simulados, com isso, foi possível calcular o número de Strouhal.

Neste caso, quando os corpos estão alinhados, fica claro o acoplamento do Strouhal do perfil ao Strouhal do cilindro. Para isto basta observar que, novamente os valores para o perfil alinhado com o cilindro são condizentes ao comportamento e aos valores apresentados na Figura 6.47.

6.2.3. Cilindro Alinhado Com Perfil e Ângulo de Ataque Vinte Graus

6.2.3.1. Afastamento 2,5D

Para um escoamento com Reynolds $5x10^3$, o comportamento do fluido ao redor do perfil alinhado com o cilindro, com ângulo de ataque de vinte graus e com os corpos afastados o equivalente a duas vezes e meia o diâmetro do cilindro, pode ser visto na Figura 6.70 abaixo.



Figura 6.70: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 2,5D – $Re 5x10^3$

As simulações realizadas com Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, são apresentadas na Figura 6.71 e na Figura 6.72, respectivamente, e seguem o mesmo comportamento da realizada com Reynolds menor.



Figura 6.71: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 2,5D – $Re 5x10^5$



Figura 6.72: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 2,5D – *Re* 1x10⁶

Em todos os regimes simulados pode-se verificar que, devido ao aumento do ângulo de ataque, o escoamento acabou por se separar totalmente da superfície do perfil dando origem ao fenômeno de estolagem, causando uma forte perda de sustentação. Além disso, ainda é possível verificar o desprendimento de vórtices e a formação da esteira turbilhonar em todos os regimes.

As séries temporais que representam as forças oscilatórias de sustentação e arrasto para cada um dos regimes simulados são apresentadas nas figuras abaixo.



Figura 6.73: Séries temporais – alinhado – 20 graus – 2,5D – $Re 5x10^3$



Figura 6.74: Séries temporais– alinhado – 20 graus – 2,5D – $Re 5x10^5$



Figura 6.75: Séries temporais – alinhado – 20 graus – 2,5D – $Re \ 1x10^6$

Mais uma vez, das séries temporais é realizada uma análise espectral dos coeficientes de arrasto e sustentação para o levantamento do número de Strouhal. O resumo dos resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque de vinte graus alinhado com o cilindro a uma distância de duas vezes e meia o diâmetro do cilindro é apresentado na Tabela 6.16.

Tabela 6.16 - Resultados - alinhado - 20 graus - 2,5D

		Cilindro		Perfil – 20 graus – 2,5D			
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St	
$5x10^{3}$	1,2118	0,0787	0,1745	0,3053	0,6915	0,1745	
$5x10^{5}$	0,4072	0,0004	0,2386	0,2899	0,8023	0,2386	
$1x10^{6}$	0,4403	-0,0016	0,2186	0,2435	0,7246	0,2186	

6.2.3.2. Afastamento 3,5D

Para os corpos afastados o equivalente a três vezes e meia o diâmetro do cilindro, os resultados são apresentados nas figuras abaixo.



Figura 6.76: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – $3,5D - Re 5x10^3$



Figura 6.77: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – $3,5D - Re 5x10^5$



Figura 6.78: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – $3,5D - Re \ 1x10^6$

Para os três regimes estudados, o escoamento do fluido ao redor dos corpos apresentam características muito semelhantes. Em todos eles é possível notar o desprendimento de vórtices do cilindro e o escoamento até eles atingirem o perfil. Notase também a separação da camada limite junto ao bordo de ataque do perfil, no entanto limitada pelo escoamento dos vórtices oriundos do cilindro.

A passagem dos vórtices pelo entorno do perfil, mais uma vez, é responsável por gerar as forças oscilatórias de sustentação e arrasto. As séries temporais dos coeficientes de sustentação e arrasto para cada um dos regimes simulados se comportam de maneira praticamente idêntica aos sistemas com afastamento 2,5D.

O resumo dos resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque de vinte graus alinhado com o cilindro a uma distância de três vezes e meia o diâmetro do cilindro é apresentado na Tabela 6.17.

		Cilindro		Perfil – 20 graus – 3,5D		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	1,2100	0,0830	0,1816	0,2982	0,6783	0,1816
$5x10^{5}$	0,4330	0,0037	0,2422	0,2708	0,7612	0,2422
$1x10^{6}$	0,4514	0,0009	0,2243	0,2406	0,7034	0,2243

Tabela 6.17 - Resultados - alinhado - 20 graus - 3,5D

6.2.3.3. Afastamento 4,5D

Para o escoamento com os corpos afastados a uma distância equivalente a quatro vezes e meia o diâmetro do cilindro, o comportamento repete praticamente o que foi visto com o afastamento 3,5D. O comportamento das simulações são apresentados abaixo.



Figura 6.79: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – $4,5D - Re 5x10^3$



Figura 6.80: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – $4,5D - Re 5x10^5$



Figura 6.81: Coef. pressão e Vorticidade – alinhado – 20 graus – 4,5D – *Re* 1x10⁶

Por fim, a Tabela 6.18 apresenta o resumo dos resultados das simulações hidrodinâmicas para o perfil com ângulo de ataque de vinte graus alinhado com o cilindro a uma distância de quatro vezes e meia o diâmetro do cilindro.

		Cilindro		Perfil – 20 graus – 4,5D		
Reynolds	C_d	C_l	St	C_d	C_l	St
$5x10^{3}$	1,2504	0,0643	0,1888	0,2584	0,5633	0,1888
$5x10^{5}$	0,4502	0,0028	0,2496	0,2629	0,7304	0,2496
$1x10^{6}$	0,4745	0,0044	0,2276	0,2425	0,6835	0,2276

Tabela 6.18 - Resultados e Vorticidade - alinhado - 20 graus - 4,5D

6.2.3.4. Variação do Coeficiente de Arrasto

Para o ângulo de ataque de vinte graus, a presença do cilindro volta a interferir de maneira uniforme em todos os regimes simulados. Na Figura 6.82 pode-se observar essa homogeneidade, com a presença do cilindro voltando a ser responsável pela redução do coeficiente de arrasto, independentemente de Reynolds e do afastamento entre os corpos.



Figura 6.82: Coef. arrasto x Reynolds – alinhado – 20 graus

Nota-se que a principal diferença no comportamento dos regimes com ângulo de ataque à dez graus (Figura 6.60) e à vinte graus (Figura 6.82) se dá no comportamento do perfil isolado, pois para vinte graus, a analise realizada no Item 6.1.3 aponta que o escoamento se descolou da superfície do perfil em sua região dorsal, para todos os regimes estudados, o que não ocorre no Item 6.1.2, isto faz com que os coeficientes de arrasto para o ângulo de ataque de vinte graus permaneçam altos em Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$.

Na Figura 6.83 observa-se que a medida que a distância entre os corpos aumenta a interferência exercida pelo cilindro perde intensidade.



Figura 6.83: Coef. arrasto e componentes x Distância – alinhado – 20 graus

Por fim, a Figura 6.84 apresenta as componentes do coeficiente de arrasto onde é possível verificar a predominância dos efeitos de pressão para o escoamento com o perfil a vinte graus.



Figura 6.84: Coef. arrasto e componentes x Reynolds – alinhado – 20 graus

A variação percentual do coeficiente de arrasto para os regimes simulados com ângulo de ataque de vinte graus são apresentados na Figura 6.85, Figura 6.86 e na Tabela 6.19. Observa-se que todos os regimes e afastamento estudados com o ângulo de ataque de vinte graus sofreram uma redução do coeficiente de arrasto quando comparados ao perfil isolado.

Da Figura 6.85 nota-se que a medida que o número de Reynolds aumentam, a redução para todos os afastamentos convergem para um mesmo valor percentual, no entanto estes valores já se apresentam próximos em todos os casos.



Figura 6.85: Variação Coef. arrasto (%) x Reynolds - alinhado - 20 grau

Observando o comportamento em função da distância verifica-se mais uma vez como as reduções apresentam um mesmo padrão de comportamento para todos os caso simulados. Este homogeneidade de comportamento é esperada a medida que o perfil passa a se comportar como um corpo rombudo a altos ângulos de ataque.



Figura 6.86: Variação Coef. arrasto (%) x Distância - alinhado - 20 grau

A Tabela 6.19 apresenta os valores percentuais da variação do coeficiente de arrasto para os casos simulados com ângulo de ataque de vinte graus.

	Isolado	2,5D		3,5D		4,5D	
Reynolds	C_d	C_d	δ [%]	C_d	δ [%]	C_d	δ [%]
$5x10^{3}$	0.3774	0.3053	-19%	0.2982	-21%	0.2584	-32%
$5x10^{5}$	0.3481	0.2899	-17%	0.2708	-22%	0.2629	-24%
$1x10^{6}$	0.3221	0.2435	-24%	0.2406	-25%	0.2425	-25%

Tabela 6.19 - Variação do coeficiente de arrasto - alinhado - 20 graus

6.2.3.5. Variação do Coeficiente de Sustentação

Para o ângulo de ataque de vinte graus o comportamento do coeficiente de sustentação para o perfil alinhado com o cilindro se mantém similar ao ocorrido para dez graus, com redução na sustentação para todos os casos quando comparados ao perfil isolado. Na Figura 6.87 observa-se as componentes devido aos efeitos viscosos praticamente zeradas.



Figura 6.87: Coef. sustentação e componentes x Reynolds – alinhado – 20 graus

Igualmente ao que foi observado para os casos com ângulo de ataque de dez graus e também pode ser constatado ao se observar as curvas de Reynolds na Figura 6.88, notase que para o perfil alinhado com o cilindro, o coeficiente de sustentação aumenta com transição de $Re 5x10^3$ para $Re 5x10^5$ (azul para vermelho) e depois diminui na transição para $Re 1x10^6$ (vermelho para verde).

Este comportamento pode estar relacionado a uma eventual diferença de comportamento do perfil nos diversos regimes após o estol.

Como visto, uma das principais influências que o número de Reynolds tem nas propriedades aerodinâmicas de um perfil é alterar o ângulo em que ocorre o estol. À medida que o número de Reynolds aumenta, o ângulo de estol e, consequentemente, o coeficiente de sustentação máximo também aumentam, um ângulo de estol maior, não necessariamente garante uma sustentação maior após o estol.



Figura 6.88: Coef. sustentação e componentes x Distância – alinhado – 20 graus

As figuras abaixo apresentam a variação percentual do coeficiente de sustentação para os regimes simulados com ângulo de ataque de vinte graus. O comportamento se assemelha ao com ângulo de ataque de dez graus onde todas o perfil perde sustentação em todos os regimes simulados. É possível observar uma menor perda percentual em Reynolds $5x10^5$.



Figura 6.89: Variação Coef. sustentação (%) x Reynolds - alinhado - 20 graus

Com relação ao comportamento em função da distância, observa-se na figura abaixo que, para os casos simulados, a influência máxima exercida pelo cilindro se dá com afastamento 4,5D.



Figura 6.90: Variação Coef. sustentação (%) x Distância – alinhado – 20 grau

A Tabela 6.15 apresenta os valores percentuais da variação do coeficiente de sustentação para os casos simulados com ângulo de ataque de vinte graus.

Tabela 6.20 – Variação do coeficiente de sustentação – alinhado – 20 graus

	Isolado	2,5D		3,5D		4,5D	
Reynolds	C_l	C_l	δ [%]	C_l	δ [%]	C_l	δ [%]
$5x10^{3}$	0.8435	0.6915	-18%	0.6783	-20%	0.5633	-33%
$5x10^{5}$	0.9152	0.8023	-12%	0.7612	-17%	0.7304	-20%
$1x10^{6}$	0.9447	0.7246	-23%	0.7034	-26%	0.6835	-28%

6.2.3.6. Variação do Número de Strouhal

A Figura 6.91 apresentada a variação do número de Strouhal, em função de Reynolds, para o perfil com ângulo de ataque de dez graus.

Nas configurações do cilindro alinhado com o perfil a um ângulo de ataque de vinte graus, o número de Strouhal aumenta e depois diminui com o aumento de Reynolds para os casos simulados. Este comportamento está ilustrado figura acima.



Figura 6.91: Número de Strouhal x Reynolds – alinhado – 20 graus

Semelhante ao caso do NACA 0012 com ângulo de ataque de dez graus, o desprendimento de vórtices nos dois corpos permanece acoplado e os resultados permanecem condizentes com o comportamento e com os valores apresentados na Figura 6.47.

7. Conclusão

Na seção anterior foram expostos os resultados das simulações do escoamento ao redor do perfil NACA 0012 isolado e ao redor do perfil alinhado com um cilindro. Tentou-se entender o comportamento e as características físicas das forças hidrodinâmicas apresentadas nos sistemas. A seguir são expostos os resultados mais importantes encontrados para os casos simulados.

7.1. Perfil NACA 0012 isolado

Para o perfil isolado e ângulo de ataque de zero grau, para todos os regimes estudados, o escoamento permanece colado sobre toda a superfície do perfil e deixa suavemente no bordo de fuga as superfícies superior e inferior segundo a condição de Kutta. As forças hidrodinâmicas mostraram que a sustentação do sistema é nula em qualquer instante de tempo, concordando com a teoria de fólios que prevê uma sustentação nula para corpos esbeltos, simétricos e sem ângulo de ataque, tal como o caso em questão, enquanto que o coeficiente de arrasto apresentou um comportamento decrescente com o aumento de Reynolds.

Já para o ângulo de ataque de dez graus, devido a alteração de forma imposta pela inclinação do perfil, o escoamento do fluido ao redor do corpo apresenta uma assimetria entre a parte superior e inferior do corpo gerando uma sustentação não nula.

No regime simulado para Reynolds $5x10^3$, observou-se o desprendimento de vórtices e uma esteira periódica no tempo, no entanto, para Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$ não ocorreu o desprendimento de vórtices mas observou-se uma oscilação na esteira. Uma análise das linhas de corrente mostra que em Reynolds $5x10^3$ ocorre o descolamento da camada limite, que segundo SELIG (2004) pode ocorrer em baixos Reynolds.

Com relação as forças hidrodinâmicas para o ângulo de ataque de dez graus, o coeficiente de arrasto apresentou um comportamento decrescente com o aumento de Reynolds, porém com uma menor intensidade se comparado ao comportamento apresentado a zero grau.

Considerando que o aumento de Reynolds corresponde a uma diminuição na viscosidade, foi visto que os efeitos viscosos se tornam menos representativos e que os efeitos devidos à pressão se tornam predominantes em Reynolds mais elevados

O coeficiente de sustentação inicialmente aumenta com transição de $Re 5x10^3$ para $Re 5x10^5$ e depois diminui na transição para $Re 1x10^6$, tal comportamento se dá devido ao baixo valor de sustentação encontrado em Reynolds $5x10^3$, onde os efeitos viscosos são predominantes.

Por fim, para as simulações envolvendo o perfil inclinado a um ângulo de ataque de vinte graus, é possível observar o desprendimento de vórtices e a esteira periódica em todos os regimes estudados. Das forças hidrodinâmicas observou-se que o coeficiente de arrasto apresenta uma tendência a diminuir enquanto que o coeficiente de sustentação tende a aumentar com o aumento de Reynolds.

Para o perfil isolado, notou-se que a medida que o perfil sofre um incremento no ângulo de ataque, a variação de forma gerada pela inclinação do perfil faz com que a componente devida à pressão se torne cada vez mais predominante e que a componente devida aos efeitos viscosos reduza a sua contribuição para o coeficiente de arrasto total.

Ao analisar os resultados, verificou-se que a vorticidade gerada no bordo de fuga do perfil é a que possui maior influência sobre a formação dos escoamentos. Em cada um dos três ângulos de ataque estudados, o número de Strouhal se manteve praticamente estável com um leve aumento no primeiro incremento de Reynolds.

7.2. Perfil NACA 0012 Sob Interferência do Cilindro

Para os casos do perfil com ângulo de ataque zero grau e alinhado com o cilindro, assim como nas simulações com o perfil isolado, as linhas de corrente deixam as superfícies superior e inferior do perfil de maneira suave.

Com o afastamento de 2,5D e regime de $Re 5x10^3$, observou-se a formação de vórtices estacionários formando uma grande região de baixa pressão na região entre os corpos, a montante do perfil. No regime de Reynolds $5x10^5 e 1x10^6$ os vórtices cresceram até atingir o perfil cuja presença não foi suficiente para evitar que se desprendessem devido à instabilidade.

Nos casos envolvendo os outros afastamentos os vórtices se desprenderam do cilindro antes de alcançarem o perfil.

Com relação ao comportamento hidrodinâmico do perfil quando suscetível à interferência do cilindro, observou-se que quando um fluido contorna o cilindro a separação do escoamento gera uma área de baixa pressão, a seu jusante, responsável por

contribuir a favor da redução do coeficiente de arrasto do perfil, o que ocorreu para todos os casos estudados com ângulo de ataque nulo, no entanto, uma grande redução foi observada para o caso de afastamento 2,5D e Reynolds $5x10^3$ devido aos vórtices estacionários que se formaram na região entre os corpos.

Assim como no caso do perfil isolado, apesar do perfil estar sob interferência do cilindro, as linhas de corrente que circundam as superfícies superior e inferior do perfil apresentam uma simetria em relação ao eixo "x", com isso a sustentação do sistema se mantem praticamente nula.

Os casos do perfil com ângulo de ataque de dez graus e alinhado ao cilindro oferecem um comportamento hidrodinâmico bastante diferente. Para Reynolds $5x10^3$, a presença do cilindro faz com que o valor do coeficiente de arrasto diminua em relação ao do perfil isolado, enquanto que para Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$, o cilindro interfere fazendo com que o coeficiente de arrasto aumente. Uma análise das linhas de corrente aponta que o aumento do arrasto para Reynolds $5x10^5$ e $1x10^6$ se dá devido à bolsas de recirculação que surgem na seção final do extradorso do perfil.

Ao separar o arrasto total em uma componente devida à pressão e outra devida aos efeitos viscosos, observou-se que quando a parcela devida aos efeitos de pressão cresce com Reynolds a parcela devida aos efeitos viscosos diminuem, permitindo inferir que os efeitos de pressão dominam sobre os efeitos viscosos desencadeando um acréscimo no valor de arrasto total, consistente com o fato de se apresentar separação da camada limite e escoamento reverso.

Para todos os casos simulados, quando alinhado ao cilindro, o perfil com o ângulo e ataque de dez graus sofre uma redução em seu coeficiente de sustentação se comparado ao perfil isolado na mesma configuração, assim, nota-se que o cilindro provoca uma perda na capacidade de sustentação do perfil.

Ao se observar e emissão de vórtices para o ângulo de ataque de dez graus fica claro o acoplamento do Strouhal do perfil ao Strouhal do cilindro.

Observou-se que o ângulo de ataque é o fator controlador da distribuição de pressão em um perfil, para os ângulos de ataque de dez e vinte graus, a componente devida à pressão praticamente passa a coincidir com o coeficiente de sustentação total, assim, para ângulos maiores, devido à alta variação de forma gerada pela inclinação do perfil, o coeficiente de sustentação tende variar menos com a alteração do número de Reynolds.

Por fim, para todos os casos com o perfil a vinte graus alinhado com o cilindro, observou-se um descolamento massivo da camada limite.

Das forças hidrodinâmicas, os resultados mostram que mais uma vez a presença do cilindro exerce interferência de maneira a reduzir o coeficiente de arrasto do perfil quando comparado ao perfil isolado. Em se considerando o aumento do número de Reynolds, observa-se que o coeficiente de arrasto também diminui.

A sustentação apresentou um comportamento semelhante ao ocorrido com as simulações à dez graus, tanto em função de Reynolds, tanto quando comparada à simulação com o perfil isolado. Foi possível observar que quando alinhado ao cilindro, Se apresenta no bordo de ataque do perfil uma região de concentrada vorticidade fazendo com que a pressão dinâmica do escoamento que atinge o perfil seja menor em relação às condições de fluxo livre, gerando uma queda no valor da sustentação para todos os casos de alinhamento ao cilindro quando comparados com as mesmas simulações feitas para o perfil isolado. Devido a isto, pode-se inferir que a presença do cilindro causa uma interferência no perfil responsável por reduzir a sua capacidade de sustentação.

Na configuração do cilindro alinhado ao perfil inclinado a vinte graus, o número de Strouhal mais uma vez se mostra condizente com os números para um cilindro isolado.

7.3. Considerações e Trabalhos Futuros

Inicialmente pretendia-se realizar mais simulações envolvendo toda a faixa de ângulo de ataque entre 0 e 25 graus, no entanto, devido à indisponibilidade de computadores mais potentes, com o objetivo de não atrasar o cronograma planejado para este trabalho, optou-se por realizar as simulações em um computador convencional, com isso fez-se necessário a redução do número de casos simulados e por conseguinte, da precisão na plotagem do comportamento das curvas das propriedades hidrodinâmicas.

Para trabalhos futuros, fica como sugestão, realizar as simulações com uma gama maior de ângulos de ataque, principalmente entre 10 e 20 graus, para que se possa traçar uma curva dos coeficientes mais fidedigna e para acompanhar o interferência gerada pela esteira do cilindro no comportamento do perfil em estol.

Quanto ao afastamento entre os corpos, é interessante que se adote também um afastamento maior para que se possa perceber nitidamente a redução da influência do cilindro sobre o perfil, uma vez que os afastamento 3,5D e 4,5D produziram resultados muito próximos.

Estudos com novos números de Reynolds e envolvendo novas configurações geométricas também são de extrema importância para a escassa literatura do assunto.

Na medida que a capacidade computacional evolua e permita, uma sugestão também importante seria fazer simulações utilizando as técnicas LES e DNS que utilizam malhas mais refinadas e resultados mais precisos.

Por fim, sugere-se realizar ensaios em laboratório, para um determinado regime, para confrontar os resultados com os resultados numéricos deste trabalho.

8. Referências Bibliográficas

ANDERSON J. D.A., *Modern Compressible Flow With Historical Perspective*. 2 ed. Sigapore, MacGraw-Hill, 1990.

BHUSHAN S.P., HITESH R.T., Computational Fluid Dynamics Analysis of Wind Turbine Blade at Various Angles of Attack and Different Reynolds Number, International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, Procedia Engineering 127, 1363-1369, 2015

BORTOLI, Á.L., Introdução à Dinâmica de Fluidos Computacional, Ed. Universidade/UFRGS, 2000

BOUSSINESQ, J., Essai Sur La Théorie des Eaux Courantes, Mém. prés. par div. savants à l'Acad. Sci. 23, 1–680, 1877

CHAPPINI, D., UBERTINI, S.,BELLA, G., et al., Fluid Flow Around NACA 0012 Airfoil at Low-Reynolds Numbers With Hybrid Lattice Boltzmann Method, Rome, 2020

FINNEMORE, J.E., FRANZINI, J.B., Fluid Mechanics with Engineering Applications, McGraw Hill, Inc., NY, 2002

FLETCHER, C.A.J., Computational Techniques for Fluid Dynamics 2 Specific Techniques for Different Flow Categories, Springer-Verlag, 1988

FONSECA, W.D.P., WOLF, W.R., Estudo aerodinâmico de asas finitas por modelos numéricos de linha de sustentação, In: XXIV Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica, Rio Grande, R S, 2017

FRARI, R.V.D., PEDROSO,C.A., Malhas Computacionais para Simulação Numérica de Escoamentos de Fluido entre Cilindros com Excentricidade, X Encontro Gaucho de Educação Matemática, Rio Grande do Sul, 2009

FREIRE, A.P.S, Teoria da Camada Limite, Apostila, Programa de Engenharia Mecânica/UFRJ, Rio de Janeiro, 1990.

GERRARD, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. Journal of Fluid Mechanics 25, 401–413 (1966). vii, 8, 9, 28

INCROPERA, F.P., DEWITT, D.P., BERGMAN, T. L., et al., Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 6 ed. New York, John Wiley & Sons, 2007.

LAUNDER, B.E., SPALDING, D.B. The numerical computation of turbulent flows, Computer Methods in Applied Mechanics And Engineering 3, North-Holland Publishing Company, 1974, 269-289

LIENHARD J. H., Synopsis of Lift, Drag and Vortex Frequency Data For Rigid Circular Cylinders, College of Engineering, Washington State University, Washington, 1966

MENEGHINI, J.R., Projetos de Pesquisa no Tópico Geração e Desprendimento de Vórtices no Escoamento ao Redor de Cilindros. Resenha apresentada à Escola Politécnica da USP, Escola Politécnica/USP, São Paulo, SP, 2002.

MENEGHINI, J.R., SALTARA F., SIQUEIRA, C.L.R., et al., Numerical Simulation of Flow Interference Between Two Circular Cylinders in Tandem and Side-By-Side Arrangements, Journal of Fluids and Structures, 2001, 15, 327-350

MENTER, F R, Two-Equation Eddy-viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, AIAA Journal, 1994, Vol.32, (8)

MENTER, F R, Zonal Two-Equation K-W Turbulence Models for Aerodynamic Flows, AIAA Journal, 24th Fluid Dynamics Conference, Florida, 1993

MENTER, F.R., KUNTZ, M., LANGTRY, R., Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model, Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, 625 - 632

MOJTABA, M. A., Numerical evaluation of the free surface effect on the hydrodynamics and dynamics of underwater vehicles, Tese de D.Sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2018

MUNSON, B.R., YOUNG, D.F., OKIISHI, T.H., Fundamentos da Mecânica dos Fluidos. 4 ed. São Paulo, Blucher, 2004.

NORBERG, C., Fluctuating Lift on a Circular Cylinder; Review and New Measurements. Journal of Fluids and Structures, 2003

PATINO, G.A., Estudo de Estabilidade Hidrodinâmica do Escoamento ao Redor de um Cilindro Alinhado com um Fólio, Dissertação de M.Sc., Instituto de Física/USP, São Paulo, SP, 2013.

POPE, S.B., Turbulent Flows, Cambridge University Press, 2000

PRITCHARD, P.J., Fox and McDonald's Introduction to Fluid Mechanics. 8 ed. Manhattan, John Wiley & Sons, 2011.

REYNOLDS, O., On the dynamical theory of turbulent incompressible viscous fluids and the determination of the criterion, Phil. Trans. R. Soc. London A 186, 123–161, 1894

REZENDE, A. L. T., Análise Numérica da Bolha de Separação do Escoamento Turbulento sobre Placa Plana Fina Inclinada, Tese de Doutorado, Departamento de Engeharia Mecânica/PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2009

ROE, P.L., Generalized Formulation of TVD Lax-Wendroff Scheme. ICASE Report, 1984, pp. 84-53

SELIG, M.S., MCGRANAHAN, B.D., Wind Tunnel Aerodynamic Tests of Six Airfoils for Use on Small Wind Turbines, Journal of Solar Energy Engineering, v. 126, n. 4, p. 986-1001, 2004

SPARLAT, P. R., ALLMARAS, S. R., A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, AIAA paper 92-0439, Reno, Nevada, 1992

SWEBY, P.K., High Resolution Scheme Using Flux Limiter for Hyperbolic Conservation Laws. SIAM Journal on Numerical Analysis 21, 1984, 995-1011

TUPOV, V. B., TARATORIN, A.A., The Choice of Turbulence Models for Steam Jets, Dynamics and Vibroacoustics of Machines, 2016

WANDERLEY, J.B.V., An algorithm for slightly compressible flows. Proceedings of the 20th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference, OFT1191, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 3-8 June, 2001.