

# EMPREGO DAS FUNÇÕES ORTOGONAIS EMPÍRICAS NA TOMOGRAFIA ACÚSTICA OCEÂNICA

Rodrigo Soares de Freitas <sup>1\*</sup> Vicente Barroso Junior <sup>2</sup> Rogério de Moraes Calazan <sup>3</sup>

#### RESUMO

A Tomografia Acústica Oceânica (TAO) tem como objetivo determinar propriedades do ambiente marinho por meio da sensibilidade do campo acústico às variações de parâmetros como a temperatura da água do mar. Entre os métodos disponíveis, a tomografia por campo casado se mostra promissora, sendo necessário para tal o emprego das funções ortogonais empíricas, de modo a viabilizar a inversão do perfil de velocidade do som. Demonstra-se que o método é válido para uma busca exaustiva de perfis de velocidade do som, apesar de requerer maior desenvolvimento desse algoritmo para permitir o refinamento do resultado encontrado e a redução do custo computacional. A TAO contribui gerando produtos de interesse para a Oceanografia e permitindo o monitoramento contínuo e em tempo reduzido de uma extensa área, o que simplifica os processos usuais de medições in situ e os custos envolvidos.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Oficial da Armada. Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Acústica Submarina (PPGAS) do Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM). Email: rodrigosdfreitas@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Oficial da Armada. Doutor em Engenharia Oceânica pela COPPE/UFRJ com Desenvolvimento Tecnológico e Inovação na Universidade do Algarve (UAIg) em Portugal, atuando nas áreas de Hidroceanografia e Acústica Submarina. Vice-Diretor do IEAPM e Professor do PPGAS.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Oficial do Quadro Técnico. Doutor em Engenharia Eletrônica e Telecomunicações pela UAIg na área de Acústica Submarina. Encarregado da Divisão de Geoacústica e Professor do PPGAS.



**Palavras-chave:** tomografia acústica oceânica; perfil de velocidade do som; decomposição em valores singulares; funções ortogonais empíricas.

### ABSTRACT

The Ocean Acoustic Tomography (OAT) aims to determine properties of the marine environment through the sensitivity of the acoustic field to variations in parameters such as sea water temperature. Among the available methods, matched--field tomography holds promise, requiring the use of empirical orthogonal functions to enable the inversion of the sound-speed profile. The method is shown to be valid for an exhaustive search of sound-speed profiles, although further development of the algorithm is needed to refine the results and reduce computational costs. OAT presents itself to contribute by generating products of interest for Oceanography and allowing the continuous and short-time monitoring of a large area, which simplifies the usual processes of in situ measurements and the costs involved.

**Keywords:** ocean acoustic tomography; sound speed profile; singular value decomposition; empirical orthogonal functions.

# 1. INTRODUÇÃO

O conceito de TAO surgiu dentro da acústica submarina com a ideia de monitorar mudanças no meio marinho, utilizando informações contidas na propagação de um sinal acústico nesse ambiente. É uma poderosa ferramenta alternativa e complementar aos métodos tradicionais da Oceanografia Física, permitindo o sensoriamento remoto de parâmetros, como o perfil de velocidade do som (*sound-speed profile* – SSP), as correntes oceânicas e o perfil de temperatura na coluna d'água. Dessa forma, é possível gerar como resultado uma "imagem" da estrutura de uma extensa área do oceano (TAROUDAKIS, 2002).

Inicialmente, Munk & Wunsch (1979) propuseram a TAO como uma técnica complementar ao estudo da Oceanografia, a qual utiliza imageamento por satélites para monitoramento das feições oceânicas de mesoescala, que são caracterizadas por uma escala espacial, de aproximadamente 100 km, e uma temporal, de cerca de 100 dias, em regiões de águas profundas. Baseava-se no cálculo do tempo de chegada de pulsos acústicos transmitidos entre fontes e receptores para estimar as variações de velocidade do som e, indiretamente, as variações de temperatura, uma vez que a primeira é dependente linearmente da segunda. Como a medição é feita por meio da velocidade do som no mar (aproximadamente 1500 m/s), em relação às obtidas através de múltiplas medições locais por equipamentos em navios, a TAO pode prover informações sinóticas com atualizações mais rápidas e com menor custo (SPIN-DEL, 2005).

Outro método para a TAO, denominado tomografia por campo casado (*matched-field tomography* – MFT), é baseado no processamento de campo casado (*matched-field processing* – MFP), desenvolvido, a princípio, para a localização de fontes. No MFP, um sinal é transmitido por uma fonte e recebido em um conjunto de hidrofones (arranjo ou array). O campo acústico capturado pelos hidrofones é comparado com a previsão de um modelo de propagação acústico para milhares de posições candidatas. Através de uma função de correlação (correlator), a correspondência do campo medido com o campo simulado pelo modelo (denominado réplica) é quantificada. A posição candidata que obtiver o maior valor de correlação é então sugerida como a posição real da fonte no instante da gravação dos dados no array (BAGGEROER et al., 1993). A Figura 1 – apresenta um quadro resumo do MFP para a localização. A superfície de ambiguidade (canto inferior direito) representa a quantificação da função de correlação para todas as posições candidatas de um determinado campo de busca (canto inferior esquerdo) para o cálculo das réplicas.



Figura 1 – MFP para a localização de fontes acústicas. Fonte: Kuperman & Lynch (2004)

Na adaptação do MFP para a MFT, ao invés de se buscar posições, o algoritmo é adaptado para a busca de SSPs candidatos. Para o sucesso do método é fundamental que o modelo de propagação esteja bem ajustado ao ambiente real, ou



seja, é necessário o conhecimento prévio da geometria (batimetria e posições da fonte e *array*) e das propriedades geoacústicas do fundo (velocidade do som, atenuação e densidade). O SSP candidato com maior correlação é proposto como o perfil médio da região considerada entre a fonte e o *array* (TOLSTOY *et al.*, 1991).

Um dos modelos de propagação que pode ser utilizado para o cálculo das réplicas de todos os SSPs candidatos, dentro de suas limitações, é o modelo de traçado de raios TRACEO (RODRÍGUEZ, 2011). Ele usa uma abordagem de onda plana para sinais de frequências mais altas na solução da Equação da Onda. Uma de suas vantagens é sua maior velocidade de processamento em ambientes que variam com a distância, por exemplo, quando a batimetria entre fonte e *array* é variável (ETTER, 2003). A figura 2 apresenta um exemplo de campo acústico de perda de transmissão calculado por esse modelo.



Figura 2 – Previsão de um campo acústico produzido por uma fonte a 54 metros de profundidade em um ambiente com batimetria variável, gerado pelo modelo de raios – TRACEO

A tomografia por tempos de chegada é altamente dependente da separação em tempo da chegada dos raios de múltiplos caminhos e da sincronização permanente dos sinais entre fonte e receptor, além disso, ela explora apenas uma parte



da informação disponível nos dados coletados pelos hidrofones. Já na MFT, a sincronização é desnecessária e as informações contidas nos dados são mais bem exploradas, levando em consideração a amplitude e a fase. Por outro lado, a MFT depende de um *array* com um número significativo de hidrofones distribuídos pela coluna d'água e possui um custo computacional elevado para cálculo de muitas réplicas, o que pode ser mitigado com o uso de outra ferramenta: a focalização (MARIN, 2015).

Na Marinha do Brasil, o Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM) possui, em fase de desenvolvimento, o Laboratório de Monitoramento por Métodos Acústicos da Ressurgência (LABMMAR), uma estrutura instalada no Pontal do Atalaia, em Arraial do Cabo-RJ, e utilizada como base para estudos do fenômeno da ressurgência. O LABMMAR será equipado com arranjos de hidrofones para monitorar e coletar sinais ininterruptamente dessa área de mar (IEAPM, 2023). A TAO pode ser uma ferramenta possível de implementação que complementaria os estudos da ressurgência nessa região, monitorando esse fenômeno de maneira contínua.

Este trabalho faz uso das funções ortogonais empíricas (*Empirical Orthogonal Functions* – EOFs) como ferramenta que possibilita inverter (determinar) perfis de velocidade do som através do processamento de campo casado. É apresentada a metodologia para se construir as EOFs através da decomposição por valores singulares e, por fim, a ferramenta é testada na MFT utilizando dados experimentais.

#### 2. METODOLOGIA

Determinar um SSP por meio do cálculo da velocidade do som para cada ponto de discretização de profundidade iria se tornar um problema bastante complexo. Com o objetivo de reduzir o tamanho deste problema, lança-se mão de uma análise estatística de dados medidos previamente (SOARES & JESUS, 2004).

As EOFs representam uma forma de parametrizar um conjunto de dados coletados, de forma que cada medição possa ser reconstruída por meio de uma expansão empírica em uma base ortogonal. Elas serão utilizadas para parametrizar variações de SSPs, permitindo a redução do número de variáveis a serem determinadas na MFT (RODRÍGUEZ, 2000).

Primeiramente, são necessárias medições locais de SSPs na região de interesse que se deseja monitorar, com diversidade temporal e espacial. É importante obter dados que possibilitem uma boa representação da variabilidade do comportamento do SSP da região. Quanto mais complexa for a região (por exemplo, regiões de ressurgência), maior será a necessidade de informações prévias dos SSPs possíveis nessa na região.

Na abordagem usada por Beckers & Rixen (2003) para calcular as EOFs, tendo a profundidade máxima local discretizada em *M* intervalos, em um total de *N* medições de SSP, é criada uma matriz **X**, *MxN*, com os dados coletados, sendo  $x_{ij}$  a velocidade do som *c* na profundidade *i* da observação *j*. Como as observações são feitas em diferentes pontos geográficos devem existir diferentes profundidades.



A maior delas será usada como base para as demais e os dados inexistentes serão completados com o valor médio das medições existentes em cada linha.

O perfil médio  $\mathbf{c}_{0}$  é um vetor com *M* linhas, calculado a partir das *N* medições de SSP.

A matriz de valores residuais  $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, ..., \mathbf{e}_N)$ , também *MxN*, é calculada a partir de  $\mathbf{x}_n$  (a enésima coluna de X):

$$e_n = x_n - c_0$$
(Equação 1)

Aplica-se em **E** a decomposição em valores singulares (*singular value decompo-sition* - SVD), onde \* representa a conjuga-da transposta (ANTON & RORRES, 2001):

 $E_{MxN} = U_{MxM} D_{MxN} V_{NxN}^* = \sum_{k=1}^{N} \gamma_k u_k v_k^* , u_k e v_k \text{ ortonormais ;}$ (Equação 2)

A matriz  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, ..., \mathbf{u}_M)$  é formada pelos autovetores  $\mathbf{u}_k$  da matriz **EE\***, a matriz  $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_N)$  pelos autovetores  $\mathbf{v}_k$  de **E\*E** e a matriz **D** é a matriz diagonal com *N* valores singulares  $\gamma$  de **E**.

As EOFs, portanto, são os autovetores  $\mathbf{u}_{k}$ , de M linhas e norma 1, com 1  $\leq k \leq N$ .

O uso da SVD permite que seja possível uma melhor aproximação na reconstrução de **X** com menos de *N* EOFs. Cada EOF possui uma medida de quão bem representado é o conjunto de dados, calculado a partir dos valores singulares, tal medida, chamada de "energia da EOF", é dada em porcentagem. As primeiras EOFs possuem mais energia, e uma escolha comum para o número de EOFs a ser utilizado é aquele que, somando-se as energias, atinge-se 80 a 95% da representação dos dados. A Equação 3, abaixo, calcula a energia das K primeiras EOFs.

$$energia = \left(\sum_{k=1}^{K} \gamma_k^2\right) / \left(\sum_{k=1}^{N} \gamma_k^2\right)$$
(Equação 3)

Tendo-se escolhido o número *K* de EOFs a ser utilizado, a reconstrução de um SSP é possível somando-se ao perfil médio  $\mathbf{c}_0$  cada EOF multiplicada por um coeficiente escalar  $\alpha$ , de acordo com a Equação 4, abaixo.

$$c = c_0 + \sum_{k=1}^K \alpha_k u_k$$

(Equação 4)

As EOFs geradas devem ser capazes de reconstruir qualquer SSP utilizado na construção da matriz **X**. Para tal, a fim de se reconstruir o SSP correspondente à coluna *t* de **X**, os coeficientes  $\alpha$  serão determinados pelo valor de projeção de **e**<sub>t</sub> sobre cada EOF. Tendo-se os coeficientes de todas as EOFs calculados, o SSP da coluna *t* é reconstruído pela Equação 4.

Na MFT, os SSPs candidatos serão formados a partir de um determinado intervalo de valores para os coeficientes de cada EOF. Estes intervalos devem levar em consideração dados de conhecimento prévio sobre o comportamento dos SSPs e suas limitações físicas na região (TAROU-DAKIS & SMARAGDAKIS, 2009).

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A metodologia apresentada é demonstrada usando dados disponíveis no *website* do Experimento SWellEx-96,

**ARTIGOS CIENTÍFICOS** 



promovido pela *Scripps Institution of Oceanography*, nas proximidades de *Point Loma, San Diego, CA*, entre 10 e 18/05/1996 (MPL, 1996), desenvolvido para estudos de processamento de campo casado. Nessa janela temporal, foram realizadas 51 estações de CTD (*Conductivity-Temperature-Depth*), em diversos pontos da costa, com distâncias de até 23 km de *Point Loma*, numa área com profundidade média de 200 m, conforme a Figura 3 abaixo. foram extrapolados com os valores do SSP médio. Dessa matriz **X** deriva-se a matriz de valores residuais, descontando-se o SSP médio de cada coluna.

Aplicando-se o método da SVD à matriz de valores residuais **E**, obtém-se 51 EOFs e 51 valores singulares. Com a Equação 3, para o cálculo da energia das EOFs, verifica-se que 86% da energia é obtida com o uso de apenas 3 EOFs, enquanto são necessárias 7 EOFs para atingir 95% da energia, nesse conjunto de dados.



Figura 3 – Estações de CTD realizadas entre 10 e 18MAI96, durante o Experimento SWellEx-96

A profundidade máxima ocorreu na estação de CTD nº 31, 212,5 m, e foi utilizada como referência para as demais. O SSP médio foi calculado utilizando-se somente os dados disponíveis das estações com dados medidos para cada ponto de profundidade (discretizada em 426 pontos, com intervalos de 0,5 m).

A matriz de dados das estações X foi construída, portanto, com 426 linhas e 51 colunas. Os SSPs medidos que não atingiram 212,5 m de profundidade, Nota-se que as demais 44 EOFs contribuem com pouca representatividade em relação às 7 primeiras, estas, somente, já são capazes de reconstruir com boa aproximação outros SSPs dessa região que possuam comportamento estatístico próximo dos 51 medidos. Caso ocorra algum fenômeno oceanográfico que produza um SSP muito distante do padrão medido, as EOFs podem não ser capazes de reconstruí-lo de forma adequada, gerando perfis com picos de valores



indesejáveis, já que a informação desse fenômeno específico não se encontra dentro da matriz **X**.

A Figura 4 apresenta um quadro com os principais dados de entrada e saída da SVD.

Qualquer perfil medido pelo CTD deve ser capaz de ser reconstruído perfeitamente utilizando-se as 51 EOFs e seus coeficientes adequados. Na Figura 5, observa-se que a reconstrução do perfil da estação de CTD nº 5 com 51 EOFs é idêntica ao perfil medido, enquanto as reconstruções com 7 e 3 EOFs apresentam boa aproximação, porém demonstram que o uso de mais EOFs contribui para uma reconstrução mais acurada. A escolha do número de EOFs a serem utilizadas implica no detalhamento do perfil estimado, embora também influencie diretamente no número de coeficientes a serem determinados para a solução do problema.



Figura 4 – (a) SSP das 51 estações de CTD e SSP médio, destacado em vermelho; (b) Perfis residuais; e (c) 3 EOFs mais representativas



Figura 5 - Reconstrução do SSP medido na estação de CTD nº 5 com: (a) 51 EOFs; (b) 7 EOFs; e (c) 3 EOFs



As EOFs calculadas a partir desse conjunto de dados seriam capazes de reconstruir um SSP médio em outros instantes desejados. Para tal, os coeficientes de cada EOF podem ser determinados através da MFT.

O evento S5 da SWellEx-96 é apresentado na Figura 6. Nele, uma fonte rebocada a aproximadamente 54 m de profundidade emitiu vários tons. Para este trabalho, foi selecionada a frequência de 388 Hz. Os sinais foram gravados utilizando-se um arranjo vertical em linha (vertical line array – VLA) de 21 hidrofones, fundeados na profundidade de 216,5 m, onde o primeiro se encontrava a 94 m e o último a 212 m. Na segunda metade do evento, o navio permaneceu sobre a isobatimétrica de 180m. A derrota do navio está representada na Figura 7. A distância entre a fonte e o VLA varia entre 900 e 3200 m.



Figura 6 - Esquema do Evento S5 da SWellEx-96



Figura 7 - Derrota realizada no evento S5 (amarelo) e posição do VLA (verde)



Uma inversão foi realizada utilizando-se os dados gravados no minuto 43 do evento, que corresponde ao horário de 16:58 EST, com a fonte localizada a 2.437 m de distância do VLA. O intervalo de busca para os coeficientes das EOFs foi determinado para valores entre -20 e 20, discretizando-o em 101 pontos. Este intervalo está baseado na análise dos coeficientes calculados para se reconstruir cada SSP usado na matriz **X**. Somente as duas primeiras EOFs (80% da energia) foram utilizadas na MFT, em seu método clássico de busca exaustiva global dos coeficientes no intervalo dado. Como existem 101 possibilidades de coeficientes para a EOF1 e 101 para a EOF2, foram geradas 10.201 réplicas por meio do modelo TRACEO. As réplicas foram comparadas com o campo medido pelo VLA usando o processador Bartlett (função de correlação), com resultados variando de 0 a 1. A melhor correlação encontrada foi de 0,65, o que é uma correlação considerada aceitável. A superfície de ambiguidade gerada está na Figura 8 e o SSP reconstruído na Figura 9.



Figura 8 – Superfície de ambiguidade para a busca dos coeficientes das duas EOFs para 16:58 EST



Figura 9 - SSP reconstruído por meio de MFT com 2 EOFs



Apesar de não haver dados de medições locais para o instante considerado, o SSP reconstruído pela MFT apresentou-se coerente com os SSPs medidos antes e após o evento S5. Além disso, o valor obtido de 0,65 na função de correlação indica uma boa correspondência entre o ambiente real e o ambiente modelado para o TRACEO no cálculo da réplica.

A MFT em sua abordagem clássica possui custo computacional bastante elevado para o cálculo com mais de 2 EOFs. No exemplo utilizado, mantendo--se a mesma discretização no espaço de busca para uma terceira EOF, seria necessário gerar mais de 1 milhão de réplicas. Como mencionado anteriormente, o MFT precisa ser otimizado através da focalização, um método de busca mais eficiente para encontrar-se o máximo global de uma função.

Enfatiza-se que o perfil reconstruído não representa um perfil medido em um ponto específico, como quando medido por um CTD, sendo, na verdade, um perfil médio que replica o comportamento de todo o campo de velocidade do som do transecto entre a fonte e o *array* e, portanto, não é esperado que ocorra uma perfeita correlação com um SSP medido no mesmo instante da inversão em algum ponto da região abordada.

### 4. CONCLUSÃO

As EOFs são uma ferramenta que possibilita a reconstrução de um SSP em uma determinada região analisada. Elas são funções empíricas pois dependem de medições realizadas previamente e sua capacidade de reconstrução está relacionada com os dados dessas medições e com a escolha do número de EOFs a serem empregadas na MFT, de acordo com a energia que cada uma possui.

As EOFs obtidas através dos dados da SWellEx-96 demonstram que para se atingir a faixa de 80% a 95% de representatividade desse conjunto de dados, com as medições de CTD realizadas na área do experimento, são necessárias de 2 a 7 EOFs.

Um SSP do evento S5 foi determinado pela MFT com somente 2 EOFs, para um instante específico. Comparando-se 10.201 réplicas geradas pelo TRACEO com o campo acústico medido pelo *array* de hidrofones, determinou-se a melhor correlação com um valor de 0,65, e o SSP reconstruído é coerente com as medições CTD realizadas antes e depois do evento S5.

Para melhor detalhamento e precisão dos SSPs invertidos é necessária a implementação da focalização no algoritmo da MFT, a fim de permitir uma busca otimizada dentro de mais de duas dimensões.



# 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, H. & RORRES, C. Álgebra linear com aplicações. Bookman, Porto Alegre, RS, 2012.

BAGGEROER, A. B. et al. An overview of matched field methods in ocean acoustics. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 18, n. 4, p. 401–424, 1993.

BECKERS, J. M. & RIXEN, M. EOF calculations and data filling from incomplete oceanographic datasets. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, v. 20, n. 12, p. 1839–1856, 2003.

ETTER, P. C. Underwater Acoustic Modelling and Simulation, Spon Press, 3 ed., London, UK, 2003.

INSTITUTO DE ESTUDOS DO MAR ALMIRANTE PAULO MOREIRA (IEAPM). LABMMAR (Laboratório de monitoramento por métodos acústicos da ressurgência). Disponível em: <https://www.marinha.mil.br/ieapm/content/labmmar-laborat%C3%B3rio-de-monitoramento-por-m%C3%A9todos-ac%C3%BAsticos-da-ressurg%C3%AAncia>. Acesso em: 13 jan. 2023.

KUPERMAN, W. A. & LYNCH, J. F. Shallow-water acoustics. Physics Today, v. 57, n. 10, p. 55–61, 2004.

MARIN, F. O. Tomografia Acústica Oceânica por Tempo de Percurso Modal em Águas Rasas. Tese de Doutorado. Programa de Engenharia Oceânica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2015. Disponível em: <a href="https://www.siplab.fct.ualg.pt/pubs/fmarin1.15.pdf">https://www.siplab.fct.ualg.pt/pubs/fmarin1.15.pdf</a>>. Acesso em: 17 abr. 2022.

MARINE PHYSICAL LABORATORY - SCRIPPS INSTITUTION OF OCEANOGRAPHY (MPL). The SWellEx-96 Experiment. Disponível em: <a href="http://swellex96.ucsd.edu/index.htm">http://swellex96.ucsd.edu/index.htm</a>. Acesso em: 15 jan. 2023.

MUNK, W. & WUNSCH, C. Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring. Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers, v. 26, n. 2, p. 123–161, fev. 1979.

RODRÍGUEZ, O. C. Application of Ocean Acoustic Tomography to the estimation of internal tides on the continental platform. 2000. PhD thesis, University of Algarve, 2000.



RODRÍGUEZ, O. C. *The TRACEO Ray Tracing Program. Universidade do Algarve - Signal Processing Laboratory,* 10 jan. 2011. Disponível em: <a href="http://www.siplab.fct.ualg.pt/">http://www.siplab.fct.ualg.pt/</a>. Acesso em: 17 ago. 2022.

SOARES, C. & JESUS, S. M. Processamento por ajuste de campo em acústica submarina e aplicações. Jornadas do Mar, 2004.

SPINDEL, R. C. Ocean acoustic tomography. Em: MEDWIN, H. Sounds in the Sea: From Ocean Acoustics to Acoustical Oceanography. Cambridge University Press, New York, NY, 2005.

TAROUDAKIS, M. I. Ocean acoustic tomography. Lecture Notes of the Tutorial Course for Young Acousticians from Europe Countries. Poland: Gdansk, p. 77–95, 2002.

TAROUDAKIS, M. I. & SMARAGDAKIS, C. *Tomographic and bottom geoacoustic inversions using genetic algorithms and a statistical characterization of the acoustic signal. Acta Acustica united with Acustica*, v. 95, n. 5, p. 814–822, 2009.

TOLSTOY, A. et al. Acoustic tomography via matched field processing. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 89, n. 3, p. 1119–1127, mar. 1991.

