

Universidade do Estado do Rio de Janeiro Centro de Tecnologia e Ciências Faculdade de Engenharia

Pedro Paulo Pinheiro Lima

Estimativa de Perturbações e Controle por Modo Deslizante Adaptativo de uma Embarcação Teleoperada

> Rio de Janeiro 2024

Pedro Paulo Pinheiro Lima

# Estimativa de Perturbações e Controle por Modo Deslizante Adaptativo de uma Embarcação Teleoperada

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes e Automação.

Orientador: Prof. José Paulo Vilela Soares da Cunha

# CATALOGAÇÃO NA FONTE

## UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

Lima, Pedro Paulo Pinheiro. Estimativa de perturbações e controle por modo deslizante adaptativo de uma embarcação teleoperada / Pedro Paulo Pinheiro Lima. – 2024. 150 f.

Orientador: José Paulo Vilela Soares da Cunha. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia eletrônica - Teses. 2. Algoritmos - Teses. 3. Sistemas de controle ajustável - Teses. 4. Métodos de simulação - Teses. I. Cunha, José Paulo Vilela Soares da. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. III. Título.

CDU 681.513.6

Bibliotecária: Júlia Vieira - CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

L732

Assinatura

Data

Pedro Paulo Pinheiro Lima

# Estimativa de Perturbações e Controle por Modo Deslizante Adaptativo de uma Embarcação Teleoperada

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes e Automação.

Aprovada em 19 de Março de 2024. Banca Examinadora:

Prof. José Paulo Vilela Soares da Cunha (Orientador) UERJ

Tiago Roux de Oliveira UERJ

Alessandro Rosa Lopes Zachi CEFET/RJ

Ramon Romankevicius Costa UFRJ

# DEDICATÓRIA

Aos meus filhos Diego e Max.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus. Ele sempre me guiou pelo caminho correto, provendo saúde e força pra seguir em frente, sabedoria para tomar minhas decisões e proteção para livraime de todo o mal.

Ao meu orientador, professor e amigo José Paulo. Suas aulas foram excelentes e inspiradoras, sua parceria foi de grande valia ao longo desses dois anos e todos os seus ensinamentos levarei para a vida.

À minha heroína, amiga, professora e mãe, Dona Vera. Carrego seus exemplos, ensinamentos e incentivos, tendo a certeza que sem você, não teria alcançado um décimo do que alcancei até hoje. Minha gratidão por ti será eterna.

À minha maravilhosa esposa e amiga, Roberta. Toda sua paciência e incentivo foram fundamentais do início ao fim deste desafio.

Ao meu querido pai, 'seu Fred'. Ele me ensinou a força da perseverança.

Aos meus amados filhos, Diego e Max. Vocês são meu combustível diário, motivo de querer sempre dar o meu melhor.

À UERJ e em especial ao corpo docente do PEL, vocês proveram um ambiente amigável, criativo e inspirador.

À Marinha do Brasil, por permitir essa evolução profissional na carreira. À todos da Marinha que me apoiaram ao longo destes dois anos, em especial ao meu orientador Comandante Adeilson e ao colega de turma e amigo, Comandante Drummond.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte deste processo, meu muito obrigado!

Tudo o que temos enfrentado é a preparação para viver tudo aquilo que sempre sonhamos Felipe ${\it Arco}$ 

#### RESUMO

LIMA, P. P. P. Estimativa de Perturbações e Controle por Modo Deslizante Adaptativo de uma Embarcação Teleoperada. 2024. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

Esta dissertação aplica algoritmos de Controle por Modo Deslizante (Sliding-Mode Control – SMC) Adaptativo numa embarcação teleoperada atuando numa piscina com a presença de distúrbios. O desafio do problema é contornar as incertezas de modelagem, além de estimar as perturbações causadas por ventos, ondas e correntezas, visto que não há a possibilidade de mensurá-las em laboratório. Num dos algoritmos adaptativos utilizados nesta dissertação, foi possível estimar as perturbações presentes no ambiente e usá-las como entrada de uma função de modulação adaptativa a fim de eliminar tais distúrbios.Com a objetivo de se desenvolver o controle da embarcação, inicialmente é abordada a modelagem da dinâmica de embarcações de superfície com três graus de liberdade. Em seguida é tratado o planejamento de trajetórias com o intuito de parametrizar a trajetória a ser percorrida pelo barco. Aplica-se linearização por realimentação com a finalidade de simplificar a dinâmica não-linear do sistema em modelo equivalente linear. São propostos algoritmos de Controle por Modo Deslizante Adaptativo, onde são discutidas suas vantagens e desvantagens. Por fim, avaliações de desempenho são realizadas com auxílio de simulações e verificadas experimentalmente numa pequena embarcação operando numa piscina, com o auxílio de um sistema visual de captura de movimento, atuante como sensor de posição e orientação do barco. Para fins de comparação com os algoritmos de SMC propostos, também são utilizados controladores Proporcional-Derivativo (PD) e Proporcional-Integrativo-Derivativo (PID).

Palavras-chave: Controle por Modo Deslizante; Controle Adaptativo; Embarcação de Superfície; Perturbação.

### ABSTRACT

LIMA, P. P. P. Disturbance Estimation and Adaptive Sliding Mode Control of a Teleoperated Vessel. 2024. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

This dissertation applies Adaptive Sliding-Mode Control (SMC) algorithms to a teleoperated vessel operating in a pool in the presence of disturbances. It is a challenge to estimate the disturbances caused by winds, waves and currents, in addition to modeling uncertainties, since there is no possibility of measuring them in the laboratory. The disturbance estimates were also used in one of the adaptive algorithms used in this dissertation. In order to develop the vessel control, first of all, the dynamics of surface vessels with three degrees of freedom are modeled. Then, the trajectory planning is discussed in order to parameterize the trajectory to be followed by the boat. Next, a nonlinear dynamic can be simplified into a linear one by applying feedback linearization. Adaptive Sliding-Mode Control Algorithms are proposed and their advantages and disadvantages are discussed. Performance assessments are carried out with simulations and experimentally verified with the aid of a visual motion capture system, acting as a position and orientation sensor for the boat. Proportional-Derivative (PD) and Proportional-Integrative-Derivative (PID) controllers are also used for comparison with the proposed SMC algorithms.

Keywords: Sliding-Mode Control; Adaptive Control; Surface Vessel; Disturbance.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura	1 - Navio Ever Given encalhado no Canal de Suez	20
Figura	2 - Sistema de Caça-Minas (USV+UUV) desenvolvido pela Atlas Elektronik	21
Figura	3 - Movimento em seis graus de liberdade. Extraído de Fossen (2011, Fi-	25
Figure	4 Perrogentação de Embarceção nos Sistemas de Coordonadas	20 20
Figura	4 - Representação da Embarcação nos Sistemas de Coordenadas	20 20
Figura	5 - Representação da embarcação usada no experimento	02 25
Figura	7 Trajetória da numa de de referência da lança da tempo	00 26
Figura	7 - Trajetoria do rumo $\psi_b$ de referência ao longo do tempo	30 27
Figura	8 - Trajetoria do fumo de referencia $\varphi_{ref}$ intrada ao longo do tempo	31 20
Figura	9 - Referencia $x_{bref}$ ao longo do tempo	00 20
Figura	10 - Referencia $y_{bref}$ ao longo do tempo	39 40
Figura	11 - Uso de Compensador nao-intear.	40
Figura	12 - Sistema de controle com desacoplamento no sistema de coordenadas	49
Figure	estacionario	43
Figura	15 - Diagrama de biocos da dinamica do barco	40
Figura	14 - Interpretação geometrica da Solução de Filippov	49
Figura	15 - Diagrama de biocos do Controlador por Modo Desilzantes Adaptativo	E 4
<b>D</b> .	utilizado no Experimento. Fonte: $(OLIVEIRA; CUNHA; HSU, 2016)$ .	54 57
Figura	16 - SMC Multivariavel. Adaptado de (OLIVEIRA; CUNHA; HSU, 2016) .	57 60
Figura	17 - SMC Adaptativo baseado na Estimativa da Perturbação $\dots \dots \dots$	00 60
Figura	18 - Simulação com PD: Trajetorias de Referencia e a Obtida $\dots$	62 62
Figura	19 - Simulação com PD: Granco do Avanço $(x_b)$ ao longo do tempo	03
Figura	20 - Simulação com PD: Granco do Desvio $(y_b^*)$ ao longo do tempo $\dots$	03
Figura	21 - Simulação com PD: Granco da Guinada $(\psi_b)$ ao longo do tempo $\ldots$	04 C4
Figura	22 - Simulação com PD: Grafico dos erros ao longo do tempo	64 67
Figura	23 - Simulação com PD: Granco dos controles ao longo do tempo	00
Figura	24 - Simulação com PD e disturblo: Trajetorias de Referencia e a Obtida .	00
Figura	25 - Simulação com PID e disturbio: Trajetorias de Referencia e a Obtida .	08 60
Figura	20 - Simulação com SMC e $\rho = 0, 1$ : Trajetorias de Reierencia e a Obtida .	09 70
Figura	27 - Simulação com SMC e $\rho = 0, 1$ : Granco da Guinada ao longo do tempo	70
Figura	28 - Simulação com SMC e $\rho = 0, 1$ : Granco dos erros ao longo do tempo .	70
Figura	29 - Simulação com SMC e $\rho = 0, 1$ : Grafico dos sinais de controle ao longo	71
<b>D</b> .	do tempo $\dots$ $\Omega$	(1
Figura	30 - Simulação com SMC, $\rho = 0, 1$ e presença de disturbio: Trajetorias de	70
<b>D</b> .	$\begin{array}{c} \text{Referencia e a Obtida} \\ \text{21}  \text{G} \\ \text{C} \\ $	(2
Figura	31 - Simulação com SMC, $\rho = 0, 1$ e presença de disturbio: Granco dos	70
<b>D</b> .	sinais de erro ao longo do tempo $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$	73
Figura	32 - Simulação com SMC, $\rho = 0, 1$ e presença de disturbio: Grafico dos	70
<b>D</b> .	sinais de controle ao longo do tempo $\dots \dots \dots$	73
Figura	33 - Simulação com SMC, $\rho = 1$ e presença de disturbio: Trajetorias de	<b>17</b> 4
<b>D</b> .	Referencia e a Obtida $\dots$	(4
Figura	54 - Simulação com SMU, $\rho = 1$ e presença de disturbio: Grafico da guinada	
<b>D</b> :	ao iongo do tempo $\ldots$	61
гıgura	55 - Simulação com SMO, $\rho = 1$ e presença de disturbio: Grafico dos sinais	<b>۳</b> ۲
	de erro ao longo do tempo	75

Figura	36 - Simulação com SMC, $\varrho=1$ e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais	
	de controle ao longo do tempo	76
Figura	37 - Simulação com SMC adaptativo: Trajetórias de Referência e a Obtida	78
Figura	38 - Simulação com SMC adaptativo: Gráfico da Guinada ao longo do tempo	78
Figura	39 - Simulação com SMC adaptativo: Gráfico dos sinais de erro ao longo	
	do tempo	79
Figura	40 - Simulação com SMC adaptativo:Gráfico dos sinais de controle ao longo	
0	do tempo	79
Figura	41 - Simulação com SMC adaptativo: Variação do <i>o</i> ao longo do tempo	80
Figura	42 - Simulação com SMC adaptativo e presenca de distúrbio: Trajetórias	
1 igara	de Referência e a Obtida	81
Figura	43 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio: Gráfico da	01
Iguia	40 Simulação com Sivie adaptativo e presença de disturbio. Cranco da	82
Figure	44 Simulação com SMC adaptativo o prosones de distúrbio: Créfico dos	02
rigura	44 - Simulação com Sivio adaptativo e presença de disturbio. Granco dos	<u></u> 00
<b>D</b> .	sinais de erro ao longo do tempo $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	02
Figura	45 - Simulação com SMC adaptativo e presença de disturbio:Granco dos	0.0
<b>D</b> .	sinais de controle ao longo do tempo	83
Figura	46 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio: Variação do	~~
-	$\varrho$ ao longo do tempo	83
Figura	47 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior:	
	Trajetórias de Referência e a Obtida	84
Figura	48 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior:	
	Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo	85
Figura	49 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior:	
	Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo	85
Figura	50 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior:	
	Gráfico da variação do $\varrho$ ao longo da Simulação	86
Figura	51 - Simulação com UVC e presença de distúrbio: Trajetórias de Referência	
0	e a Obtida	87
Figura	52 - Simulação com UVC e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de erro	
0	ao longo do tempo	88
Figura	53 - Simulação com UVC e presenca de distúrbio: Gráfico dos sinais de	
0	controle ao longo do tempo	88
Figura	54 - Simulação com UVC e presença de distúrbio: Gráfico da variação de a	00
inguia	ao longo do tempo	89
Figure	55 Simulação com SMC Multivariával o presence do distúrbio: Trajotórias	05
Figura	de Referência e a Obtida	00
Figure	6 Cimulação com CMC Multivariával o presence de distúblico Créfico de	90
Figura	50 - Simulação com SMC Multivariavei e presença de disturbio: Granco da	01
<b>D</b> .		91
Figura	57 - Simulação com SMC Multivariavel e presença de disturbio: Grafico dos	01
-	sinais de erro ao longo do tempo	91
Figura	58 - Simulação com SMC Multivariável e presença de distúrbio: Gráfico dos	
	sinais de controle ao longo do tempo	92
Figura	59 - Simulação com SMC Multivariável e presença de distúrbio: Variação	
	do $\varrho$ ao longo do tempo $\ldots \ldots \ldots$	92
Figura	60 - Simulação com SMC Multivariável com alteração de parâmetros e pre-	
	sença de distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida	94

Figura	61 - Simulação com SMC Multivariável com alteração de parâmetros e pre-
	sença de disturbio: Grafico dos sinais de erro ao longo do tempo 94
Figura	62 - Simulação com SMC Multivariável com alteração de parâmetros e pre-
<b>D</b> .	sença de disturbio: Granco dos sinais de controle ao longo do tempo $\cdot$ . 95
Figura	63 - Simulação com SMC Multivariavel com alteração de parametros e pre-
<b>D</b> .	sença de disturbio: variação do $\varrho$ ao longo da Simulação $\dots \dots \dots$
Figura	64 - Simulação com SMC Adaptativo Baseado na Perturbação: Disturbio
Figure	Aplicado a Ellibarcação
Figura	5 - Simulação com SMC Adaptativo Baseado na Perturbação: Disturbio Estimado
Figura	66 - Simulação com SMC Adaptativo Baseado na Perturbação: Gráfico dos
0	sinais de erro ao longo do tempo
Figura	67 - Piscina usada no experimento
Figura	68 - Barco usado no experimento
Figura	69 - Esquemático do experimento
Figura	70 - Experimento com PD: Trajetórias de Referência e a Obtida 101
Figura	71 - Experimento com PD: Gráfico da guinada ao longo do tempo 102
Figura	72 - Experimento com PD: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo. 102
Figura	73 - Experimento com PD: Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.103
Figura	74 - Experimento com PID: Trajetórias de Referência e a Obtida 104
Figura	75 - Experimento com PID: Gráfico da guinada ao longo do tempo 104
Figura	76 - Experimento com PID: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo 105
Figura	77 - Experimento com PID: Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.105
Figura	78 - Experimento com $\varrho = 0, 1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida 106
Figura	79 - Experimento com $\varrho = 0, 1$ : Gráfico da guinada ao longo do tempo 107
Figura	80 - Experimento com $\rho = 0, 1$ : Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.107
Figura	81 - Experimento com $\varrho = 0, 1$ : Gráficos dos sinais de controle ao longo do
	tempo
Figura	82 - Experimento com $\varrho=1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida 109
Figura	83 - Experimento com $\varrho=1$ : Gráfico da guinada ao longo do tempo 110
Figura	84 - Experimento com $\varrho=1$ : Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo. 110
Figura	85 - Experimento com $\rho = 1$ : Gráficos dos sinais de controle ao longo do
	tempo
Figura	86 - Experimento com UVC e $\varrho=0,1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida. 112
Figura	87 - Experimento com UVC e $\rho = 0, 1$ : Gráficos dos sinais de erro ao longo
	do tempo
Figura	88 - Experimento com UVC e $\rho = 0, 1$ : Gráficos dos sinais de controle ao
	longo do tempo
Figura	89 - Experimento com UVC e $\rho = 1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida 114
Figura	90 - Experimento com UVC e $\rho = 1$ : Gráficos dos sinais de erro ao longo
	do tempo
Figura	91 - Experimento com UVC e $\rho = 1$ : Gráficos dos sinais de controle ao
<b>D</b> .	longo do tempo
Figura	92 - Experimento com UVC Adaptativo e $u_d = 0, 1(m/s)$ : Trajetórias de
D.	$\begin{array}{c} \text{Reierencia e a Ubtida.} \\ 117 \\ 1$
Figura	93 - Experimento com UVC Adaptativo e $u_d = 0, 1(m/s)$ : Graficos dos
	sinais de erro ao iongo do tempo

Figura	94 -	- Experimento com UVC Adaptativo e $u_d = 0,1$ (m/s): Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo	118
Figura	95 -	- Experimento com UVC Adaptativo e $u_d = 0, 1 \text{ (m/s)}$ : Gráfico de $\rho$ ao	110
		longo do tempo	118
Figura	96 -	- Experimento com UVC Adaptativo e $u_d = 0, 2(m/s)$ : Trajetórias de Referência e a Obtida.	119
Figura	97 -	- Experimento com UVC Adaptativo e $u_d = 0, 2(m/s)$ : Gráfico de $\rho$ ao	
-		longo do tempo	120
Figura	98 -	- Experimento com UVC Adaptativo e $u_d = 0, 2(m/s)$ : Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo	120
Figura	99.	- Experimento com UVC Adaptativo e $u_1 = 0.2(m/s)$ : Gráficos dos	120
1 18414	00	sinais de controle ao longo do tempo	121
Figura	100 -	- Experimento com SMC Adaptativo Multivariável: Trajetórias de Re-	121
1 18414	100	ferência e a Obtida	123
Figura	101 -	- Experimento com SMC Adaptativo Multivariável: Gráfico de <i>o</i> ao	120
1 18414	101	longo do tempo	123
Figura	102 -	- Experimento com SMC Adaptativo Multivariável: Gráficos dos sinais	120
1 18414	102	de erro ao longo do tempo	124
Figura	103 -	- Experimento com SMC Adaptativo Multivariável Gráficos dos sinais	
1 18414	100	de controle ao longo do tempo	124
Figura	104 -	- Fotografia do experimento com perturbação, onde se vê o esquicho de	
1 18414	101	uma bomba d'água e um ventilador para gerar distúrbios	126
Figura	105 -	- Estimativa da Perturbação antes de serem acionadas no Experimento	128
Figura	106 -	- Deslocamento do barco desligado sob efeito de vento e correnteza.	128
Figura	107 -	- Estimativa da Perturbação quando acionadas durante o Experimento.	129
Figura	108 -	- Experimento com SMC baseado na Perturbação e presenca Perturbação:	
0		Trajetórias de Referência e a Obtida.	129
Figura	109 -	- Experimento com SMC baseado na Perturbação e presença Perturbação:	
0		Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.	130
Figura	110 -	- Experimento com PD e Perturbação: Trajetórias de Referência e a	
0		Obtida.	130
Figura	111 -	- Experimento com PD e Perturbação:Gráficos dos sinais de erro ao longo	
0		do tempo	131
Figura	112 -	- Perturbação Estimada de um Experimento sem Perturbação	132
Figura	113 -	- Perturbação Estimada de um Experimento com Perturbação	133
Figura	114 -	- Experimento com SMC Adaptativo baseado na Perturbação: Trajetórias	
0		de Referência e a Obtida.	133
Figura	115 -	- Experimento com SMC Adaptativo baseado na Perturbação: Gráficos	
		dos sinais de erro ao longo do tempo	134
Figura	116 -	- Experimento com PD e Perturbação: Trajetórias de Referência e a	
		Obtida	135
Figura	$117 \cdot$	- Experimento com PD e Perturbação: Gráficos dos sinais de erro ao	
		longo do tempo	135
Figura	118 -	- Experimento com PID e Perturbação: Trajetórias de Referência e a	
		Obtida	136
Figura	119 -	- Experimento com PID e Perturbaçãoo: Gráficos dos sinais de erro ao	
		longo do tempo	136

Figura 120 - Velocidade do vento $V_w$ , direção do vento $\beta_w$ e ângulo de ataque $\gamma_w$ ,	
relativo à proa (FOSSEN,2011). $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	144
Figura 121 - Força Induzida da onda como produto de duas funções de transferência.	
Adaptada de (FOSSEN, 2011). $\ldots$	147

# LISTA DE TABELAS

- Tabela 1: Notação SNAME para embarcações.
- Tabela 2: Parâmetros usados no UVC.
- Tabela 3: SMC Adaptativo Multivariável.
- Tabela 4: SMC Adaptativo baseado na Estimativa da Perturbação.
- Tabela 5: Densidade do Ar de acordo com a Temperatura.
- Tabela 6: Estados do Mar.

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SMC	Sliding-Mode	Control
-----	--------------	---------

- PD Controlador Proporcional-Derivativo
- PID Controlador Proporcional-Integral-Derivativo
- USV Unmanned Surface Vessel
- UUV Unmanned Underwater Vehicle
- DoF Degree of Freedom
- NED North-East-Down

p.u. por unidade

- ISS Input-to-State Stability
- UVC Controle Vetorial Unitário

# LISTA DE SÍMBOLOS

a	Coordenada do vetor diretor da reta
$a^b$	Comando de aceleração no sistema de coordenadas do barco
b	Coordenada do vetor diretor da reta
$B_P$	Matriz de distribuição de controle
$C_1$	Polo do filtro
$C(\nu)$	Matriz de Coriolis-centrípeta
$\hat{C}( u)$	Estimativa da Matriz de Coriolis-centrípeta
d	Distúrbio
e	Erro
D( u)	Matriz de Arraste
$\hat{D}( u)$	Estimativa da Matriz de Arraste
$D_l$	Componente linear da Matriz de Arraste
$D_n(\nu)$	Componente não-linear da Matriz de Arraste
$F_{P_i}$	Força gerada pelo <i>i</i> -ésimo propulsor
$f_{h}^{b}$	Força gerada pelos propulsores no sistema de coordenadas do barco
$q(\nu)$	Vetor de momentos e forças gravitacionais
I	Matriz Identidade
$I_{zb}$	Momento de inércia sobre o eixo $z$
$K_d$	Ganho derivativo
$K_i$	Ganho integral
$K_p$	Ganho proporcional
k	tempo discreto
l	comprimento da parte retilínea da trajetória
M	Matriz de Inércia
$\hat{M}$	Estimativa da matriz de Inércia
$M_{RB}$	Matriz de Inércia do corpo rígido
$M_A$	Matriz de Inércia da massa adicional
$M_{P_i}$	Torque gerado pelo i-ésimo propulsor
$m_b$	Massa do barco
$m_b^b$	Momento gerado pelos propulsores no sistema de coordenadas do barco
N	Momento de guinada do barco
$n_p$	número de propulsores
$n_{P_i}^b$	Vetor unitário que define a posição da força gerada pelo propulsor ${\cal P}_i$
$p^i$	Vetor posição escrito no sistema de referência-i
$p_{P_i}^b$	Posição do propulsor $P_i$ no sistema de coordenadas do barco
$R^{i}$	Matriz de rotação
R	Raio da parte curvilínea da trajetória
S	Matriz anti-simétrica
T	Tempo para percorrer a parte curvilínea da trajetória
u	Velocidade de avanço do barco
$u_d$	Velocidade desejada do barco
$u_i$	Sinal de comando compensado
v	Velocidade de desvio do barco

X	Forca de avanco do barco
Y	Força de desvio do barco
$x_{b}^{e}$	Posição do barco no eixo $x_e$
$x_e$	Eixo $x$ do sistema de coordenadas estacionário
$y_b^e$	Posição do barco no eixo $y_e$
$y_e$	Eixo $y$ do sistema de coordenadas estacionário
w	Vetor de perturbações ambientais
$\alpha_i$	Coeficiente de empuxo da $i$ -ésima hélice
$\eta$	Vetor de posições generalizadas
$\phi_b$	Ângulo de guinada do barco (orientação)
ν	Vetor de velocidades generalizadas
au	Vetor de forças e momentos generalizados
$J(\eta)$	Matriz Jacobiana

# SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	19
1	MODELAGEM DE EMBARCAÇÕES	24
1.1	Os Seis Graus de Liberdade de uma Embarcação	24
1.2	Sistemas de Coordenadas	25
1.3	Definições Gerais	26
1.4	Modelo Simplificado para Três Graus de Liberdade e Definições	
	Vetoriais	27
1.5	A Matriz de Inércia	28
1.6	A Matriz Coriolis-Centrípeta	30
1.7	A Matriz de Arraste	30
1.8	Modelo dos Propulsores	31
2	RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIAS DE EMBARCACÕES	34
2.1	Planejamento de Trajetórias	34
3	LINEARIZAÇÃO POR REALIMENTAÇÃO	40
3.1	Compensadores Não-Lineares dos Propulsores	40
3.2	Desacoplamento no Sistemas de Coordenadas Estacionário	41
4	CONTROLE POR MODO DESLIZANTE	44
4.1	Introdução ao Controle por Modo Deslizante	44
4.1.1	Definições e Notações	45
4.2	Exemplo Básico	46
4.3	Dinâmica Equivalente	48
4.4	Controle Equivalente Estendido	49
5	CONTROLE POR MODO DESLIZANTE ADAPTATIVO	51
5.1	Abordagem Baseada em Controle Equivalente Estendido	51
5.1.1	Exemplo Introdutório	51
5.1.2	Controle Médio	53
5.1.3	Lei de Controle	53
5.2	O Controle Vetorial Unitário	55
5.3	SMC Adaptativo Multivariável	57
5.4	Controle por Modo Deslizante Adaptativo Baseado na Estima-	
	tiva da Perturbação	58
6	RESULTADOS SIMULADOS	61
6.1	Controle Proporcional-Derivativo sem Distúrbio	61
6.2	Controle Proporcional-Derivativo com Distúrbio	66
6.3	Controle Proporcional-Integral-Derivativo	67
6.4	Controle por Modo Deslizante com $\rho = 0, 1$	69
6.5	Controle por Modo Deslizante com $\rho = 0, 1$ e Distúrbio	72
6.6	Controle por Modo Deslizante com $\rho = 1$	74
6.7	Controle por Modo Deslizante com $\rho$ Adaptativo	77
6.8	Controle por Modo Deslizante com $\rho$ Adaptativo e Distúrbio	81
6.9	Controle Vetorial Unitário	87
6.10	Controle por Modo Deslizante Adaptativo Multivariável	90
6.11	Controle por Modo Deslizante Adaptativo Baseado na Estima-	
	tiva da Perturbação	96
7	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	98

7.1	Metodologia
7.2	Controlador Proporcional-Derivativo
7.3	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo
7.4	Controle por Modo Deslizante com $\rho = 0, 1$
7.5	Controle por Modo Deslizante com $\rho = 1$
7.6	Controle Vetorial Unitário com $\rho = 0, 1 \dots $
7.7	Controle Vetorial Unitário com $\rho = 1$
7.8	Controle Vetorial Unitário Adaptativo
7.9	Controle por Modo Deslizante Adaptativo Multivariável 122
7.10	Resultados Experimentais com Perturbações
7.10.1	Vento e Correnteza
7.10.2	<u>Ondas</u>
	<b>CONCLUSÃO</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>
А	PERTURBAÇÕES AMBIENTAIS

# INTRODUÇÃO

Mesmo com anos de formação, treinamento e experiência, os profissionais do mar estão sujeitos à riscos durante suas atividades, que quase sempre são alheios à sua capacidade; ocasionalmente por problemas técnicos da embarcação, mas frequentemente em virtude das condições meteorológicas às quais o navio está exposto.

Em março de 2021, o navio *Ever Given* ficou encalhado por quase uma semana no canal de Suez, Egito, impossibilitando que outros navios cruzassem o canal e causando prejuízos da ordem de dez bilhões de dólares por dia ao comércio mundial<sup>1</sup>. As causas alegadas foram as péssimas condições meteorológicas, a baixa visibilidade e os ventos que chegaram a alcançar 74 km/h. Em março de 2023, foi a vez do MSC Istanbul encalhar no mesmo canal<sup>2</sup>. Em outubro de 2021, o Navio Veleiro Cisne Branco<sup>3</sup>, responsável por representar o Brasil em eventos náuticos internacionais, quando sujeito a uma forte correnteza, colidiu com uma ponte na cidade de Guayaquil, no Equador, enquanto tentava realizar uma manobra no rio Guayas. Em maio de 2023, foi a vez do navio graneleiro True Conrad envolver-se em um acidente na saída do canal de Itacuruçá<sup>4</sup>, na cidade de Mangaratiba, no Rio de Janeiro. Assim como estes exemplos, qualquer tipo de acidente envolvendo navios causam prejuízos financeiros, sejam eles somente relacionados a estrutura da embarcação, ou pior, com a carga que estão portando.

Sabe-se que mais de 80% do comércio internacional se dá através do transporte marítimo. Muitas das rotas percorridas pelas embarcações possuem alguns pontos que oferecem riscos, como o já citado canal de Suez, que faz parte de uma das principais rotas comerciais do mundo, com 12% do comércio marítimo trafegando por ele ou o estreito de Malaca, entre Singapura e Malásia, onde passeiam cerca de 30% do comércio mundial e em 2017 foi presenciado um acidente entre um contratorpedeiro americano e um navio mercante<sup>5</sup>, além de muitos outros canais e estreitos. Portanto, quando navega-se em 'águas fechadas', mesmo o navegador mais experiente está sujeito a riscos que podem ser atenuados somente com o uso da tecnologia.

 $<sup>^1</sup>$ Vide: Depois de 106 dias, navio que bloque<br/>ou Canal de Suez volta a navegar. Acessado em 15 de março de 2024

 $<sup>^2</sup>$ Vide: Navio encalhado no Canal de Suez volta a navegar após cinco horas. Acessado em 15 de março de 2024

 $<sup>^3</sup>$ Vide: Embarcação da Marinha brasileira 'Cisne Branco' bate em ponte no Equador. Acessado em 15 de março de 2024

 $<sup>^4</sup>$ Vide: Navio encalha no litoral do RJ; graneleiro carregado de minério seguia para Singapura. Acessado em 16 de março de 2024

 $<sup>^5</sup>$ Vide: Destróier USS John S. McCain colide com navio mercante no Pacífico. Acessado em 16 de março de 2024



Figura 1 - Navio Ever Given encalhado no Canal de Suez.

Ao longo da história, desde o surgimento dos trirremes pelos gregos, a engenharia naval foi evoluindo até alcançar uma posição antes inimaginável. Hoje em dia, há navios cuja altura equivalem a prédios de mais de 20 andares, que pesam mais de 200 mil toneladas e atingem mais de 50 km/h, possuindo radares 3D, sonares, agulhas giroscópicas e diversos sistemas que auxiliam na navegação. Ainda há o avanço acelerado dos veículos de superfície não-tripulados (unmanned surface vessel -USV) e dos veículos submarinos não-tripulados (unmanned underwater vehicle – UUV), que possuem diversas aplicações, sendo utilizados, por exemplo, por muitas marinhas no emprego da guerra naval, como os sistemas de **caça-minas** (Figura 2), que são aplicados nas entradas e saídas de portos (portanto, águas 'fechadas'). Nesse sistema, os USVs são os responsáveis pela primeira varredura num ambiente que considera-se ser um possível campo minado, para depois o UUV ser lançado, submergindo até que possa desarmar a mina. Mesmo com tanto avanço tecnológico, as condições climáticas permanecem sendo um transtorno para quem opera embarcações, sejam elas tripuladas ou não. Portanto, fica evidente que os mais diversos tipos de embarcações, principalmente aqueles controlados de forma autônoma, devem contar com um sistema de controle robusto com a finalidade de alcançar um melhor desempenho.

Tendo como motivação os problemas que os distúrbios ambientais acarretam em embarcações, esta dissertação trata do problema de um pequeno USV teleoperado atuando numa piscina e seguindo uma trajetória predefinida e sujeito a perturbações. Ainda que a dinâmica dos USVs sejam bem diferentes daquelas de navios de grande porte, principalmente a dos propulsores, este estudo é válido quando trata-se de embarcações não-tripuladas.

Este trabalho aborda modelagem de embarcações e rastreamento de trajetórias. Ciente das características não-lineares do modelo, é utilizado linearização por realimentação para transformar as não-linearidades do sistema em um sistema linear equivalente. Tal



Figura 2 - Sistema de Caça-Minas (USV+UUV) desenvolvido pela Atlas Elektronik

técnica é muito utilizada em manipuladores robóticos, onde também é denominada de torque computado (CRAIG, 2005). Quando trabalha-se com embarcações deve-se levar em consideração as incertezas paramétricas do projeto. Vale destacar algumas estratégias de controle presentes na literatura capazes de contornar tais incertezas, como o método ADRC (Active Disturbance Rejection Control), utilizado por Zachi A. R. L. ; Lima, Riveros S. R. D. ; Gouvea e Leite (2017) para controle de um sistema *ball and beam* onde os parâmetros do sistema são incertos. Tal método também é eficaz para rastreamento de alvos e foi usado por Lima (2016) para rastreamento de alvos móveis.

Outra técnica, escolhida para o desenvolvimento desta dissertação, é a do controle a estrutura variável por modo deslizante, que é robusto, insensível à incerteza de parâmetros e rejeita perturbações de entrada (YOUNG; UTKIN; ÖZGÜNER, 1999). Este tema tem recebido cada vez mais atenção e muitos trabalhos estão sendo publicados nessa área, cuja maioria concentra seus esforços aos sistemas sujeitos às perturbações com *limitantes conhecidos*. Dessa forma, muitos problemas vêm surgindo pois com o aumento do sinal de controle de forma a ultrapassar o limitante da perturbação, há uma ampliação do *chattering*, fenômeno indesejado, que na prática pode ocasionar um alto degaste em sistemas mecânicos, e altas perdas de calor em circuitos elétricos de alta potência (UTKIN, 2011).

Melo (2017) elencou algumas estratégias da literatura, separando-as em três grupos. Desta forma, apresentou algumas estratégias baseadas no aumento puro ou aumento e diminuição de ganhos, analisando os trabalhos publicados por Huang, Kuo e Chang (2008), Plestan et al. (2010) e Bartolini G. ; Levant, Plestan F. ; Taleb e Punta (2013); analisou também estratégias baseadas em controle equivalente, apresentando os trabalhos de Bartoszewicz (1998), Utkin e Poznyak (2013) e a de Edwards e Shtessel (2016) e por fim deu um destaque especial à abordagem proposta por Oliveira, Cunha e Hsu (2016), que baseia-se em controle equivalente estendido. A conclusão de Melo (2017) foi que a estratégia proposta por Oliveira, Cunha e Hsu (2016) tem características bastante atrativas, pois além de ser efetiva é de fácil implementação. Como ela é voltada para uma classe de plantas não-lineares, garante a estabilidade global, além de possuir implementação simples e garantir a presença de modos deslizantes mesmo em perturbações *não-suaves*. Como complemento de seu trabalho o autor ainda implementou tal estratégia em um servomotor.

Em sua dissertação, Barbas (2021) realizou simulações utilizando a estratégia de controle proposta por Oliveira, Cunha e Hsu (2016) para uma embarcação sujeita à perturbações ambientais, constatando mais uma vez a eficiência e efetividade do método, porém não realizou experimentos práticos.

Rosario (2017b) chegou a trabalhar com experimentos práticos em sua dissertação, porém limitou-se ao rastreamento de trajetórias sem a presença de perturbações. Além dele, poucos trabalhos vêm sendo publicados nesta área, principalmente quando busca-se algo com resultados experimentais. Um relevante que não pode deixar de ser citado é do Mahini F. ; DiWilliams e Burke K. ; Ashrafiuon (2013), mesmo tendo sido publicado há mais de uma década.

Esta dissertação, portanto, utilizará como técnicas a linearização por realimentação e o controle a estrutura variável por modo deslizante adaptativo. Apesar da existência de modelos para mensurar perturbações ambientais, os mesmos não podem ser usados em laboratório e será apresentada uma estratégia que utilizará filtros para estimar as perturbações de entrada a partir do sinal de controle. Estas perturbações estimadas poderão ser aplicadas nos algoritmos de controle, fazendo que mesmo com as variações dos sinais de perturbação, o controle adapte-se de acordo com sua necessidade, realizando o rastreamento de trajetória de forma correta, sem necessariamente fazer uso de sinais de controle grandes para perturbações pequenas.

#### Objetivo

O objetivo desta dissertação é modelar uma embarcação utilizada em laboratório e controlá-la utilizando diversos algoritmos de controle, desde um simples PD a até algumas variações do algoritmo proposto por Oliveira, Cunha e Hsu (2016). Serão realizados simulações computacionais e experimentos numa piscina de 5000l, fazendo o uso de um sistema de câmeras que atuará como sensor de posição e orientação, sendo possível também obter velocidade e aceleração através de cálculos computacionais será possível obter.

Além da modelagem da embarcação, serão apresentados os modelos das perturbações ambientais, bem como será mostrado a dificuldade reproduzi-los em laboratório, porém, será mostrado um método de estimar tais perturbações para que sejam aplicadas no algoritmo de controle. Ainda será estudado o planejamento e rastreamento de trajetórias.

### Organização da Dissertação

O **Capítulo 1** sintetiza brevemente a modelagem de embarcações. Inicialmente apresenta alguns conceitos de Robótica com algumas definições que são usadas ao longo do texto, para modelar uma embarcação geral com seis graus de liberdade e depois simplificar o modelo para uma embarcação atuando na superfície, com três graus de liberdade.

O Capítulo 2 apresenta todo planejamento e rastreamento de trajetórias.

O **Capítulo 3** aborda linearização por realimentação, bem como compensadores não-lineares e desacoplamento entre sistema de coordenadas.

O **Capítulo 4** apresenta uma introdução ao Controle por Modo Deslizante(SMC), apresentando suas definições e também um exemplo básico.

O **Capítulo 5** vai mais além, apresentando o SMC adaptativo, pela abordagem proposta por Oliveira, Cunha e Hsu (2016) e algumas variações, utilizando Controle Vetorial Unitário e SMC Adaptativo Multivariável.

O **Capítulo 5** apresenta resultados simulados, bem como comentários comparativos entre os diversos métodos utilizados.

Por fim, o objetivo será atingido no **Capítulo 6**, onde serão apresentados a metodologia do experimento em laboratório e os resultados obtidos.

A conclusão resumirá o que foi logrado com este trabalho, destacando suas contribuições acadêmicas e práticas. Também serão apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

### 1 MODELAGEM DE EMBARCAÇÕES

A análise dinâmica dos corpos leva em consideração as forças e acelerações atuantes no sistema. No estudo das embarcações não é diferente, as forças dos propulsores de um barco, por exemplo, são as responsáveis por gerar acelerações que fazem o mesmo movimentar-se.

#### 1.1 Os Seis Graus de Liberdade de uma Embarcação

Fossen (1994) percebeu que as equações dinâmicas de uma embarcação podem ser reescritas conforme a teoria da Robótica. Neste caso, pode-se considerar que uma embarcação qualquer possui seis graus de liberdade (DoF - Degrees of freedom), que são as variáveis da embarcação definidas num sistema de coordenadas estacionário. Estes movimentos são definidos como avanço (*surge*), desvio (*sway*), afundamento (*heave*), jogo (*roll*), arfagem (*pitch*) e guinada (*yaw*), conforme demonstrado na Figura 3.

A Tabela 1 apresenta a notação utilizada neste texto para descrição de forças, momentos, velocidades, posições e ângulos de embarcações (SNAME, 1950).

As equações dinâmicas de uma embarcação considerando os 6 graus de liberdade, são representadas por:

$$M \dot{\nu} + C (\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau + w$$
(1)

е

$$\dot{\eta} = J(\eta) \,\nu \,, \tag{2}$$

nas quais:

 ${\cal M}$ é a matriz de inércia;

 $C(\nu)$  é a matriz de Coriolis-Centrípeta;

 $D(\nu)$  é a matriz de arraste;

 $g(\eta)$  é o vetor de momentos e forças gravitacionais;

 $\tau$ é o vetor de força generalizada (forças e momentos) gerado pelos propulsores da embarcação;

wé o vetor de perturbações ambientais;

 $J(\eta)$ é a matriz Jacobiana de transformação cinemática;

 $\eta$ é o ve<br/>tor de posições generalizadas;



Figura 3 - Movimento em seis graus de liberdade. Extraído de Fossen (2011, Figura 1.3)

 $\nu$ é o ve<br/>tor de velocidades generalizadas.

A modelagem das perturbações ambientais é detalhada no Apêndice A.

DoF	Forças e Momentos	Velocidades Linear e Angular	Posições e Ângulos de Euler
Avanço	Х	u	$x^e_b$
Desvio	Υ	v	$y^e_b$
Afundamento	Ζ	w	$z^e_b$
Jogo	К	p	$\phi_b$
Arfagem	М	q	$ heta_b$
Guinada	Ν	r	$\psi_b$

Tabela 1: Notação SNAME para embarcações.

## 1.2 Sistemas de Coordenadas

Neste trabalho são considerados dois sistemas de referência: NED (*North-East-Down*): É o sistema de coordenadas  $\{n\} = (x_n, y_n, z_n)$ . É o sistema de coordenadas ao qual nos referimos no nosso dia a dia, tangente à superfície da Terra, com  $x_n$  sempre apontando ao norte,  $y_n$  para leste e  $z_n$  para baixo. No experimento desta dissertação será considerado o sistema de referência fixo ou estacionário.

BODY: É o sistema de coordenadas  $\{b\} = (x_b, y_b, z_b)$  fixo à embarcação, cuja posição e orientação será representada em relação à origem do sistema NED. Geralmente a origem deste sistema de coordenadas é escolhida de forma que coincida com o centro de gravidade do corpo.

Esta dissertação adota o sistema NED para fins de desenvolvimento de cálculo, mas quando apresenta resultados, mesmo considerando o  $z_n$  apontando para o centro da terra, considera  $y_n$  apontando para o norte e  $x_n$  para leste, de forma análoga à física *newtoniana*.

## 1.3 Definições Gerais

Vale a pena destacar algumas definições e propriedades que serão usadas ao longo desta dissertação (SICILIANO et al., 2010).

#### Definição 1: Matriz Rotação

Ao trabalhar-se com dois sistemas de coordenadas o conceito de Matriz Rotação deve ser introduzido. Matriz rotação é um tipo de matriz Transformação muito utilizada na robótica, quando um sistema de referência difere de outro somente por uma 'rotação pura'. Segundo Siciliano et al. (2010), dado um vetor posição escrito em dois sistemas de referências,  $p^1 e p^2$ , se os sistemas forem distintos somente por uma rotação, pode-se relacioná-los da seguinte forma:

$$p^1 = R_2^1 \, p^2 \ . \tag{3}$$

Toda matriz rotação é ortogonal e portanto sua transposta é igual a sua inversa, logo tem-se a seguinte propriedade:

$$R R^T = R^T R = I, (4)$$

na qual I é a matriz identidade. A seguinte propriedade também prevalece:

$$\det(R) = 1 . (5)$$

**Definição 2**: *Matriz Antissimétrica* A matriz **S** é antissimétrica se:

$$\mathbf{S} = -\mathbf{S}^T \ . \tag{6}$$

Portanto, enquanto os elementos da diagonal de **S** são nulos, quando  $i \neq j$  os elementos podem ser escritos da seguinte forma:  $s_{ij} = -s_{ji}$ .

#### Propriedade 1: Derivada de uma Matriz de Rotação

A derivada de uma matriz de rotação em relação a um eixo qualquer  $\Theta$ , cujos componentes do vetor  $\Theta = [\phi \ \theta \ \psi]$  são os ângulos em relação aos eixos de coordenadas x,  $y \in z$ , pode ser calculada da seguinte forma:

$$\dot{R} = S(\dot{\Theta}) R , \qquad (7)$$

onde:

$$S(\dot{\Theta}) = -S(\dot{\Theta})^{T} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi} & \dot{\theta} \\ \dot{\psi} & 0 & \dot{\phi} \\ -\dot{\theta} & -\dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} .$$

$$(8)$$

# 1.4 Modelo Simplificado para Três Graus de Liberdade e Definições Vetoriais

Considerando uma embarcação movendo-se sobre a superfície da água, deve-se levar em consideração que a mesma possui somente três graus de liberdade (DoF — Degreesof Freedom) e portanto movimenta-se ao longo de  $x_b$  e  $y_b$ , rotacionando em torno do eixo vertical  $z_b$ . Dessa forma, de acordo com (FOSSEN, 2002), os seguintes vetores podem ser escritos:

$$\eta = \begin{bmatrix} x_b^e \\ y_b^e \\ \psi_b \end{bmatrix}, \quad \nu = \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ N \end{bmatrix}.$$
(9)

Portanto  $\eta$  representa o vetor de posições generalizadas (lineares e angulares),  $\nu$  representa o vetor de velocidades generalizadas e  $\tau$  é o vetor de momentos e forças generalizadas.

Nesse modelo de três graus de liberdade, a matriz Jacobiana  $J(\eta)$  da equação (2) corresponde à rotação que transforma o sistema de coordenadas móvel em sistema esta-



cionário e pode ser expressa por (FOSSEN, 2011):

$$J(\eta) = R_b^e(\psi_b) = \begin{bmatrix} \cos(\psi_b) & -\sin(\psi_b) & 0\\ \sin(\psi_b) & \cos(\psi_b) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (10)

Considerando que não há afundamento no sistema em questão, o termo  $g(\eta)$  que representa peso e empuxo atuando no sistema, pode ser desprezado pois ambos se cancelam. Neste caso, controle de lastro também é inexistente e portanto, finalmente:

$$M \dot{\nu} + C (\nu)\nu + D(\nu)\nu = \tau + w .$$
(11)

#### 1.5 A Matriz de Inércia

Segundo (FOSSEN, 2011) a matriz de inércia de uma embarcação pode ser descrita da seguinte forma:

$$M = M_{RB} + M_A \,, \tag{12}$$

com  $M_{RB}$  sendo a matriz de inércia do corpo rígido, representada por:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 \\ 0 & m_b & m_b x_g^b \\ 0 & m_b x_g^b & I_{zb} \end{bmatrix},$$
(13)

onde  $m_b$  é a massa da embarcação,  $r_g^b = [x_g^b \ y_g^b \ z_g^b]^T$  é a posição do centro de gravidade da embarcação no centro de coordenadas móvel e  $I_{zb}$  é o momento de inércia sobre o eixo z (FOSSEN, 2002, Seção 3.5.1).

Note que a matriz é simétrica e positiva definida (MURRAY; LI, 1994). Isso devese ao fato de considerar-se que o barco tem uma distribuição homogênea, além de ser simétrico no plano xz e estar alinhado com o eixo  $x_b$ .

A matriz  $M_A$ (matriz de inércia da massa adicional) é representada por :

$$M_{A} = -\begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0\\ 0 & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{r}}\\ 0 & Y_{\dot{r}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}.$$
 (14)

A massa adicional pode ser entendida como uma indução por pressão de forças e momentos gerados devido ao movimento harmônico forçado do barco, proporcional à sua aceleração. Tais forças estão defasadas em 180° do movimento harmônico forçado à embarcação. (FOSSEN, 2002, 3.2.1).

Referente a esta notação adotada na equação (14), pode-se dizer que  $X_{\dot{u}}$  representa a força hidrodinâmica X ao longo do eixo  $x_b$  devido à aceleração de  $\dot{u}$  na direção de  $x_b$ , escrita como (SNAME, 1950):

$$Y = -Y_{\dot{u}}\dot{u} av{}; (15)$$

$$-Y_{\dot{u}} := \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \ . \tag{16}$$

Conclui-se que:

$$M = -\begin{bmatrix} m_b - X_{\dot{u}} & 0 & 0\\ 0 & m_b - Y_{\dot{v}} & m_b x_g^b - Y_{\dot{r}} \\ 0 & m_b x_g^b - Y_{\dot{r}} & I_{zb} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}.$$
(17)

### 1.6 A Matriz Coriolis-Centrípeta

Devido ao fato do barco ser um observador não-inercial, a *força de Coriolis* na verdade é uma pseudoforça percebida pela embarcação (não pelo observador inercial), perpendicular à velocidade e também ao eixo de rotação do sistema não-inercial em relação ao inercial.

Numa embarcação a matriz Coriolis-centrípeta é dada pela seguinte matriz antissimétrica (FOSSEN, 2002, Seção 3.2.1):

$$C(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -(m - Y_{\dot{v}}) v - (m x_g^b - Y_{\dot{r}}) r \\ 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}}) u \\ (m - Y_{\dot{v}}) v + (m x_g^b - Y_{\dot{r}}) r & -(m - X_{\dot{u}}) u & 0 \end{bmatrix}.$$
(18)

#### 1.7 A Matriz de Arraste

Segundo (FOSSEN, 2002, Seção 3.2.2), dos arrastes hidrodinâmicos presentes numa embarcação, os seguintes devem ser considerados:

- Fricção do Casco Atrito linear que deve ser levado em consideração ao projetar-se o sistema, sendo importante quando considera-se o movimento em baixa frequência do barco da camada limite laminar do barco (FALTINSEN; SORTLAND, 1987). Haverá também uma contribuição de atrito não-linear sendo esta a contribuição de alta frequência devido à camada limite turbulenta.
- Arraste de Ondas Para embarcações que navegam na superfície, tal arraste pode ser interpretado como uma resistência adicional ao efeito das ondas e é derivado da teoria de ondas de segunda ordem, sendo a sua contribuição a mais importante quando navega-se em alto mar, pois tais forças são proporcionais à altura do quadrado da onda.

Portanto a primeira contribuição é linear  $D_l$  e a segunda não-linear  $D_n(\nu)$ . O autor ainda cita o arraste potencial, causado pela radiação, que é praticamente desprezível e o Derramamento de Vortex, que somente aplica-se a sólidos completamente submersos movendo-se em velocidade constante, logo, não se aplica nesse experimento. Dessa forma o arraste hidrodinâmico pode ser escrito como:

$$D(\nu) = D_l + D_n(\nu) . \tag{19}$$

com:

$$D_{l} = -\begin{bmatrix} X_{u} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v} & Y_{r} \\ 0 & Y_{r} & N_{r} \end{bmatrix};$$
(20)

$$D_{n}(\nu)\nu = -\begin{bmatrix} |\nu|^{T} D_{n1} \nu \\ |\nu|^{T} D_{n2} \nu \\ |\nu|^{T} D_{n6} \nu \end{bmatrix}.$$
(21)

Para modelos com velocidades baixas, como o aplicado neste texto, considera-se que  $D(\nu) = D_l$  (FOSSEN, 2002, Seção 3.2.2). Ademais ainda assume-se que  $N_v = Y_r$  e portanto  $D = D^T$ . Para velocidades acima de 2 m/s, o modelo não-linear deve ser somado ao linear e um modelo onde as velocidades da embarcação somada à da correnteza é levado em consideração.

## 1.8 Modelo dos Propulsores

Numa embarcação com  $n_p$  propulsores,  $F_{P_i}$  e  $M_{P_i}$  são respectivamentes, a força e o torque gerados pelo i-ésimo propulsor, bem como  $p_{P_i}^b$  é a posição do mesmo no sistema de coordenadas do barco e  $n_{P_i}^b$  um vetor unitário que define a posição da força gerada pelo respectivo propulsor, como mostrado na Figura 5. A ação dos propulsores é dada por (HSU et al., 2000) da seguinte forma:

$$\mathbf{f}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{b}} = \sum_{i=1}^{n_p} F_{P_i} \, n_{P_i}^b \; ; \tag{22}$$

$$\mathbf{m}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{b}} = \sum_{i=1}^{n_{p}} \left[ M_{P_{i}} \, n_{P_{i}}^{b} + p_{P_{i}}^{b} \times (F_{P_{i}} \, n_{P_{i}}^{b}) \right] \,.$$
(23)

Em virtude do torque  $M_{P_i}$  ser pequeno, ele pode ser desconsiderado(SOKAL, 2010) e a equação (23) resume-se a:

$$\mathbf{m}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{b}} = \sum_{i=1}^{n_p} \left[ p_{P_i}^b \times (F_{P_i} \, n_{P_i}^b) \right] \,. \tag{24}$$



Figura 5 - Representação da embarcação usada no experimento.

A força gerada por cada propulsor pode ser descrita da seguinte forma:

$$F_{Pi} = \alpha_i^*(u_i) \, u_i \, |u_i| \,, \ \alpha_i^*(u_i) = \begin{cases} \alpha_i^+, se \, u_i \ge 0\\ \alpha_i^-, se \, u_i < 0 \end{cases}$$
(25)

com  $\alpha_i^+$  e  $\alpha_i^-$  sendo os coeficientes de empuxo da i-ésima hélice no sentido direto e reverso, respectivamente, e  $u_i$  o comando de velocidade de rotação do i-ésimo propulsor em p.u. (por unidade) (HSU et al., 2000).

Como a dinâmica de uma embarcação é multivariável, a mesma pode ser desacoplada permitindo que cada grau de liberdade possa ser reescrito de forma independente, desta forma, a partir de (23) e (25):

$$\tau = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{b}} \\ \mathbf{m}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = B_P F_P ; \qquad (26)$$

onde  $F_P = \begin{bmatrix} F_{P_1}, F_{P_2}, ..., F_{P_{np}} \end{bmatrix}^T$  é a força dos proupulsores e  $\tau \in \Re^{n_p}$ .  $B_p$  é a matriz

de distribuição de controle que pode ser escrita como :

$$\mathbf{B}_{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} n_P^b \\ p_P^b \end{bmatrix} , \qquad (27)$$

onde:

$$n_{P}^{b} = \begin{bmatrix} n_{P_{1}}^{b} & n_{P_{2}}^{b} & \dots & n_{P_{np}}^{b} \end{bmatrix}^{T};$$
(28)

$$p_P^b = \left[ (p_{P_1}^b \times n_{P_1}^b) \quad (p_{P_2}^b \times n_{P_2}^b) \quad \dots \quad (p_{P_{n_p}}^b \times n_{P_{n_p}}^b) \right].$$
(29)

Para realizar o experimento, o barco que será utilizado possui um proupulsor traseiro e dois laterais, desta forma,  $\tau \in \Re^3$ , logo:

$$\mathbf{B}_{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & x_{P_2}^b & x_{P_3}^b \end{bmatrix},$$
(30)

sendo  $x_{P2}^b$  e  $x_{P3}^b$  as coordenadas respectivas dos propulsores  $P_2$  e  $P_3$  no eixo  $x_b$ .

## 2 RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIAS DE EMBARCAÇÕES

O rastreamento de trajetórias é comumente utilizado em aplicações robóticas. Para tal, faz-se uso de um sistema de câmeras integradas para realizar a medição de posição do barco, onde através de um processamento é possível estimar velocidade e aceleração instantâneas. Na área naval, aplicações que demandam o uso de USVs são relacionadas à busca submarina e mapeamento de solo marinho, com o auxílio de sonares. Alguns resultados experimentais referentes ao rastreamento de trajetórias com embarcações foram encontrados por Rosario (2017a). Com a finalidade de se implementar uma trajetória a ser executada por um objeto, antes deve ser estudado o *planejamento de trajetórias*.

#### 2.1 Planejamento de Trajetórias

O rastreamento de trajetória de uma embarcação definida no tempo nada mais é do que fazer com que a mesma acompanhe determinadas posição e velocidade variantes no tempo (FOSSEN, 2002). Para tal, deve haver um sistema de controle que force as variáveis de estado  $\left[\eta^{T}(t) \ \nu^{T}(t)\right]^{T}$  a seguirem uma trajetória de referência  $\left[\eta^{T}_{ref}(t) \ \nu^{T}_{ref}(t)\right]^{T}$ .

Visando observar o comportamento do barco em trajetórias nos formatos de curvas e retas, a trajetória proposta para o barco nos experimentos foi a de zigue-zague, mostrada na Figura 6. Para tal foi necessário parametrizá-la com a interpolação de retas e curvas. Pode-se parametrizar uma reta no tempo a partir de um ponto inicial  $P_o = (x_{b_0}^e, y_{b_0}^e)$  e um vetor diretor  $\vec{v} = (a, b)$ :

$$x_{b_{ref}}^e = x_{b_0}^e + a t$$
 e  $y_{b_{ref}}^e = y_{b_0}^e + b t$ , (31)

onde a e b são não nulos, t é o tempo e  $(x_{ref}^e, y_{ref}^e)$  são as coordenadas dos pontos desta reta(STEINBRUCH, 1987).

Uma circunferência pode ser parametrizada da seguinte forma :

$$x_{b_{ref}}^e = R\cos(\psi_{b_{ref}}) \qquad e \qquad y_{b_{ref}}^e = R\sin(\psi_{b_{ref}}) , \qquad (32)$$

sendo  ${\cal R}$ o raio da circunferência.

Usando tais informações e considerando que l é o comprimento da parte retilínea,  $u_d$  é a velocidade da embarcação e T o tempo que se leva para percorrer a parte curvilínea


Figura 6 - Trajetória Zigue-Zague de referência.

da trajetória, pode-se definir a trajetória temporal com o seguinte ângulo de rumo:

$$\psi_{b_{ref}}(t) = \begin{cases} 0, & se \ 0 \le t < t_1 \\ \frac{4\pi (t-t_1)}{T}, & se \ t_1 \le t < t_2 \\ \pi, & se \ t_2 \le t < t_3 \\ -\frac{4\pi (t-t_3)}{T}, & se \ t_3 \le t < t_4 \\ 0, & set \ge t_4 \end{cases}$$
(33)

com :

$$T = \frac{4\pi R}{u_d};$$
  

$$t_1 = \frac{l}{u_d};$$
  

$$t_2 = \frac{l}{u_d} + \frac{T}{4};$$
  

$$t_3 = 2\frac{l}{u_d} + \frac{T}{4};$$
  

$$t_4 = 2\frac{l}{u_d} + \frac{T}{2}.$$



Figura 7 - Trajetória do rumo $\psi_b$  de referência ao longo do tempo.

A Figura 7 mostra o ângulo de rumo de referência  $\psi_b$ , projetado para que esteja alinhado com a trajetória do barco, a fim de se reduzir as perdas por arraste. Com a finalidade de evitar a saturação dos propulsores, foi utilizada uma velocidade  $u_d = 0, 1 \text{ m/s}$ . Devido ao tamanho reduzido das piscina e sabendo que o barco não é capaz de realizar curvas muito fechadas, elegeu-se: R = 0, 3 m e l = 0, 5 m.

Quando interpola-se trajetórias retilíneas com curvilíneas e vice-versa, há um salto na velocidade angular  $\dot{\psi}$  no momento em que a embarcação entra ou sai da curva, ocasionando saltos também na aceleração angular e no sinal de controle, isso gera consequentemente deslocamentos indesejados(FOSSEN, 2011, 10.3.1). Uma forma de superar esse incoveniente, é suavizando o rumo de referência através de filtro passa-baixas de primeira ordem em tempo discreto, utilizando a seguinte equação à diferenças:

$$\bar{\psi}_{b_{ref}} = C_1 \bar{\psi}_{b_{ref}} [k-1] + (1-C_1) \psi_{b_{ref}} [k] , \qquad (34)$$

sendo  $|C_1| < 1$  o polo deste filtro que garantirá sua estabilidade. Por ser um filtro digital,  $C_1 = e^{-\tau h}$ , onde  $\tau$  é a frequência de corte do filtro em tempo contínuo e h é a taxa de amostragem. O gráfico de ângulo de rumo filtrado é mostrado na Figura 8.



Figura 8 - Trajetória do rumo de referência  $\psi_{ref}$  filtrada ao longo do tempo.

Agora a referência  $x^e_{b_{ref}}$  pode ser definida da seguinte maneira:

$$x_{b_{ref}}^{e}(t) = \begin{cases} u_{d} \cos(\psi_{b_{ref}})t + x_{b_{o}}^{e}, & \text{se } 0 \leq t < t_{1} \\ R \cos(\psi_{b_{ref}} - \frac{\pi}{2}) + x_{b_{o1}}^{e}, & \text{se } t_{1} \leq t < t_{2} \\ u_{d} \cos(\psi_{b_{ref}})t + x_{b_{1}}^{e}, & \text{se } t_{2} \leq t < t_{3} \\ R \cos(\psi_{b_{ref}} + \frac{\pi}{2}) + x_{b_{o2}}^{e}, & \text{se } t_{3} \leq t < t_{4} \\ u_{d} \cos(\psi_{b_{ref}})t + x_{b_{2}}^{e}, & \text{se } t \geq t_{4} \end{cases}$$
(35)

onde  $x_{b_0}^e$  é o ponto inicial e :

$$\begin{aligned} x_{b_1}^e &= x_{b_o}^e + \frac{u_d T}{4} + 2l ; \\ x_{b_2}^e &= x_{b_o}^e - \frac{u_d T}{4} - 2l ; \\ x_{b_{o1}}^e &= x_{b_o}^e + l ; \\ x_{b_{o2}}^e &= x_{b_o}^e . \end{aligned}$$



Figura 9 - Referência  $\boldsymbol{x}^e_{bref}$ ao longo do tempo.

Já $y^e_{b_{ref}}$ pode ser definido como:

$$y_{bref}^{e}(t) = \begin{cases} u_{d} \operatorname{sen}(\psi_{b_{ref}})t + y_{b_{0}}^{e}, & \operatorname{se} \ 0 \le t < t_{1} \\ R \operatorname{sen}(\psi_{b_{ref}} - \frac{\pi}{2}) + y_{b_{01}}^{e}, & \operatorname{se} \ t_{1} \le t < t_{2} \\ u_{d} \operatorname{sen}(\psi_{b_{ref}})t + y_{b_{1}}^{e}, & \operatorname{se} \ t_{2} \le t < t_{3} \\ R \operatorname{sen}(\psi_{b_{ref}} + \frac{\pi}{2}) + y_{b_{02}}^{e}, & \operatorname{se} \ t_{3} \le t < t_{4} \\ u_{d} \operatorname{sen}(\psi_{b_{ref}})t + y_{b_{2}}^{e}, & \operatorname{se} \ t \ge t_{4} \end{cases}$$
(36)

com  $y_{b_o}^e$  sendo o ponto inicial e :

$$\begin{split} y^e_{b_1} &= y^e_{b_o} + 2R \ ; \\ y^e_{b_2} &= y^e_{b_1} + 2R \ ; \\ y^e_{b_{o1}} &= y^e_{b_0} + R \ ; \ e \\ y^e_{b_{o2}} &= y^e_{b_o} + 3R \ . \end{split}$$

Note que as trajetórias contidas nas Figuras 9 e 10 são suaves e portanto não há a necessidade de aplicação de filtros nas mesmas.



Figura 10 - Referência  $y^e_{bref}$ ao longo do tempo.

# 3 LINEARIZAÇÃO POR REALIMENTAÇÃO

Ao longo deste capítulo será comentado o uso da linerização por realimentação como uma das ferramentas para resolução do problema, utilizando Compensadores nãolineares nos propulsores. A ideia central da linearização por realimentação é transformar algebricamente a dinâmica de um sistema não-linear em uma linear, para que então técnicas de controle possam ser aplicadas (SLOTINE; LI, 1991).

## 3.1 Compensadores Não-Lineares dos Propulsores

Devido às características quadráticas dos propulsores, definidas pela equação (25), o projeto de controladores lineares para o barco pode vir a tornar-se difícil, além de tornar o comportamento de controladores lineares dependente das condições de operação. Com a finalidade de contornar-se tal problema, assim como foi feito por Rosario (2017a), será utilizado um compensador com característica inversa:

$$\mathbf{u}_i = \sqrt{|\bar{\mathbf{u}}_i|} \operatorname{sgn}(\bar{\mathbf{u}}_i) , \qquad (37)$$

sendo  $\bar{u}_i$  o sinal de comando do i-ésimo proupulsor na entrada do seu devido compensador. A Figura 11 apresenta o efeito de tal compensador na característica do propulsor.

Combinando as equações (25), (26) e (37), chega-se a:

$$\tau = B_p \,\alpha^*(\bar{\mathbf{u}}) \,\bar{\mathbf{u}} \; ; \quad \text{onde} \quad \alpha^*(\bar{\mathbf{u}}) := \text{diag} \left\{ \alpha_i^*(\bar{\mathbf{u}}_i) \right\}. \tag{38}$$

É necessário realizar um desacoplamento por meio da inversão da matriz de distribuição de controle na equação (39) visto que os comandos anteriores são forças resultantes



Figura 11 - Uso de Compensador não-linear.

aplicadas no centro da embarcação e não nos propulsores:

$$\bar{\mathbf{u}} = [\alpha^*(\bar{\mathbf{u}})]^{-1} B_p^{-1} \bar{\tau} .$$
(39)

O resultado deste desacoplamento é o sinal de vetor de força generalizada ideal  $\tau = \bar{\tau}.$ 

## 3.2 Desacoplamento no Sistemas de Coordenadas Estacionário

Para realizar a linearização por realimentação a partir da teoria desenvolvida no capítulo 1, pode-se estimar as Matrizes nominais de Inércia, Coriolis-centrípeta e de Arraste, denominando-as de  $\hat{M}$ ,  $\hat{C} \in \hat{D}$ , respectivamente. Para a equação (11), pode-se escolher o seguinte vetor de força generalizada dos propulsores  $\tau$ :

$$\tau = \hat{M}\,\dot{\nu} + \hat{C}\,\nu + \hat{D}\,\nu \ . \tag{40}$$

A partir de (2) e da **Propriedade 1** da derivada da matriz de rotação (Seção 1.3), obtém-se:

$$\dot{\nu} = J^{-1}(\eta) \left[ \ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)\nu \right] , \qquad (41)$$

na qual $\ddot{\eta}$  equivale ao sinal de comando u,o que resulta em:

$$\dot{\nu} = J^{-1}(\eta) \left[ \mathbf{u} - \dot{J}(\eta) \nu \right] . \tag{42}$$

Substituindo esses resultados na equação (11):

$$M \dot{\nu} + C \nu(\nu) + D(\nu) \nu = \hat{M} J^{-1}(\eta) \left[ \mathbf{u} - \dot{J}(\eta) \nu \right] + \hat{C} \nu + \hat{D} \nu + w ; \qquad (43)$$

$$M \dot{\nu} = \hat{M} J^{-1}(\eta) \left[ u - \dot{J}(\eta) \nu \right] + (\hat{C} - C)\nu + (\hat{D} - D) \nu + w ; \qquad (44)$$

$$J^{-1}(\eta) \left[ \ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)\nu \right] = M^{-1} \,\hat{M} \, J^{-1}(\eta) \left[ u - \dot{J}(\eta)\nu \right] + M^{-1} \left[ (\hat{C} - C)\nu + (\hat{D} - D)\nu + w \right];$$
(45)

$$\begin{bmatrix} \ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)\nu \end{bmatrix} = J(\eta)M^{-1}\hat{M}J^{-1}(\eta) \left[ u - \dot{J}(\eta)\nu \right] + J(\eta)M^{-1} \left[ (\hat{C} - C)\nu + (\hat{D} - D)\nu + w \right];$$
(46)

$$\ddot{\eta} = J(\eta) M^{-1} \, \hat{M} \, J^{-1}(\eta) \left[ \mathbf{u} - \dot{J}(\eta) \nu \right] +$$

$$J(\eta) M^{-1} \left[ (\hat{C} - C) \nu + (\hat{D} - D) \nu + w \right] + \dot{J}(\eta) \nu .$$
(47)

Subtraindo a equação acima pelo sinal de controle u, chega-se ao resultado a seguir:

$$\ddot{\eta} - \mathbf{u} = \left[ J(\eta) M^{-1} \, \hat{M} \, J^{-1}(\eta) - I \right] \mathbf{u} - J(\eta) M^{-1} \, \hat{M} \, J^{-1}(\eta) \dot{J}(\eta) \nu + J(\eta) M^{-1} \left[ (\hat{C} - C) \nu + (\hat{D} - D) \, \nu + w \right] + \dot{J}(\eta) \nu .$$
(48)

Devido ao fato das matrizes nominais de Inércia, Coriolis-centrípeta e Arraste serem aproximações (mesmo que muito boas), o lado direito da equação acima nada mais que é que o resíduo do desacoplamento usando essas aproximações que somado às perturbações ambientais, podem ser interpretados como o distúrbio:

$$d = \left[ J(\eta) M^{-1} \hat{M} J^{-1}(\eta) - I \right] \mathbf{u} - J(\eta) M^{-1} \hat{M} J^{-1}(\eta) \dot{J}(\eta) \nu + J(\eta) M^{-1} \left[ (\hat{C} - C) \nu + (\hat{D} - D) \nu + w \right] + \dot{J}(\eta) \nu ,$$
(49)

obtendo-se a seguinte equação dinâmica:

$$\ddot{\eta} = \mathbf{u} + d \ . \tag{50}$$

As Figuras 12 e 13 representam o sistema de controle do desacoplamento realizado acima e o diagrama de blocos da dinâmica do barco, respectivamente. Para a aplicação em questão com três graus de liberdade, o jacobiano equivale á equação (10). O distúrbio  $d = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ , portanto, engloba não somente as incertezas da planta, mas também as aproximações e as perturbações ambientais.

Supondo que os valores nominais usados fossem exatos,  $\hat{M} = M$ ,  $\hat{C} = C \in \hat{D} = D$ , então o distúrbio d resumiria-se somente à perturbação ambiental:

$$d = J(\eta)M^{-1}w. ag{51}$$

Por fim, a dinâmica resultante equivale a três duplo integradores com ganhos unitários, sendo um para cada grau de liberdade.



Figura 12 - Sistema de controle com desacoplamento no sistema de coordenadas estacionário.



Figura 13 - Diagrama de blocos da dinâmica do barco.

## **4 CONTROLE POR MODO DESLIZANTE**

O objetivo deste capítulo é desenvolver um dos controles que serão aplicados no experimento. Quando fala-se de controle, imediatamente pensa-se diretamente em resolver o problema com o uso do Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) usado de forma ampla na maioria das aplicações. Entretanto, na aplicação em questão, como estão presentes distúrbios ambientais (ondas, vento e correnteza) não somente indesejados, mas também variantes no tempo, o PID não é a escolha ideal para a resolução do problema.

O método de controle a ser usado no experimento será o de Controle por Modo Deslizante (*Sliding Mode Control* – SMC) e sua teoria terá um destaque especial na seção 4.1, pois é o alicerce para a Seção 5.1, que apresentará uma abordagem SMC baseada em Controle Equivalente Estendido (OLIVEIRA; CUNHA; HSU, 2016), visto que esta possui vantagens em relação ao Controle SMC comum e será portanto a estratégia utilizada no experimento.

#### 4.1 Introdução ao Controle por Modo Deslizante

Devido ao fato das perturbações ambientais serem variantes no tempo e o controlador PID não ser eficiente para esse tipo de cenário, optou-se por utilizar o SMC, que nada mais é do que um controle chaveado com frequência teoricamente infinita. Para a classe de sistemas em que pode ser aplicado, o projeto de um controlador SMC provê uma abordagem sistemática para lidar com estabilidade e desempenho do sistema, apesar das imprecisões da modelagem (SLOTINE; LI, 1991).

Há diversas fontes que são referências para o estudo do SMC. Pode-se dizer que os pioneiros foram o livro de Itkis (1976) e o artigo de Utkin (1978), ambos pertencentes a autores russos, mas publicados em inglês. Outra referência que tornou-se clásssica é o livro de Edwards e Spurgeon (1998), que afirma que o controle a estrutura variável nada mais é do que uma classe de sistemas cuja lei de controle muda deliberadamente durante o processo de controle, de acordo com regras definidas e que variam de acordo com o estado do sistema.

Para efeito de exemplificação, imagine que deseja-se controlar a temperatura T de um determinado ambiente, com um condicionador de ar, cujo o objetivo é mantê-la em  $T_{ref} = 23 \,^{\circ}$ C. Ao entrar no ambiente nota-se que a temperatura está mais quente do que deveria estar e a medição está em  $T = 30 \,^{\circ}$ C. O condicionador de ar possui a seguinte lei de controle:

$$u(t) = \begin{cases} u_{+}, \text{ se } T < T_{ref} \\ u_{-}, \text{ se } T > T_{ref} \end{cases}$$
(52)

Portanto, num primeiro momento a temperatura encontrar-se-á maior do que a temperatura de referência  $T_{ref}$  e o controlador atuará com a lei de controle  $u(t) = u_{-}$  diminuindo a temperatura até ficar mais baixa que a temperatura de referência. Após ficar mais baixa que a temperatura de referência, a lei de controle será  $u(t) = u_{+}$  e a temperatura consequentemente aumentará até ultrapassar a referência. Nota-se que é impossível não haver lei de controle atuando. Se por acaso a temperatura volta a subir e é necessário que a lei de controle  $u(t) = u_{-}$  volte a atuar. A temperatura de referência seria equivalente num sistema de controle por modos deslizantes à superfície de deslizamento. Essa lei de controle do tipo *liga-desliga* com comutações de frequência finita e baixa (pois no caso é um ar-condicionado e há a histerese do termostato, mas é alta na maioria das aplicações de controle) resulta em oscilações indesejáveis de temperatura que é denominada *chattering*.

#### 4.1.1 Definições e Notações

Primeiramente deve-se definir a matriz de erro a seguir, atuando no  $\mathbb{R}^n$ :

$$\mathbf{e} = [x_1 - x_{1d}, \ x_2 - x_{2d}, \ \dots, \ x_n - x_{nd}]^T , \qquad (53)$$

sendo  $x_i$  uma variável de estado e  $x_{id}$  a referência desejada, i = 1, ..., n.

Define-se também a superfície de deslizamento no espaço de estado  $\mathbb{R}^n$ , pela equação escalar  $\sigma(x;t) = 0$ , onde:

$$\sigma(x;t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \mathbf{e} , \qquad (54)$$

portanto para o  $\mathbb{R}^2$ :

$$\sigma = \dot{\mathbf{e}} + \lambda \, \mathbf{e} \,\,, \tag{55}$$

para um n=3:

$$\sigma = \ddot{\mathbf{e}} + 2\lambda \, \dot{\mathbf{e}} + \lambda^2 \mathbf{e} \,. \tag{56}$$

Se dada uma condição inicial o problema de acompanhamento  $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_{\mathbf{d}}$  é o equivalente ao de permanecer na superfície de deslizamento S(t) para todo t > 0,  $\mathbf{e} \equiv \mathbf{0}$  é a solução única da equação diferencial de  $S \equiv 0$ .

#### 4.2 Exemplo Básico

Dado um sistema de segunda ordem:

$$\ddot{x} = f + \mathbf{u} , \qquad (57)$$

onde u é a entrada do controle, x é a saída escalar de interesse e a dinâmica f (possivelmente não-linear e variante no tempo) não é exatamente conhecida, mas pode ser estimada como  $\hat{f}$ . Apesar de não conhecido, pode-se limitar f pela seguinte função conhecida:

$$F = F(x, \dot{x});$$

$$\left|\hat{f} - f\right| \le F ,$$
(58)

logo, se por exemplo:

$$f = -a(t) \dot{x}^2 \cos(3x) , (59)$$

onde apesar de a(t) ser desconhecido, sabe-se que:

$$1 \le a(t) \le 2 \tag{60}$$

tem-se:

$$\hat{f} = -1, 5 \dot{x}^2 \cos(3x)$$
 e  $F = 0, 5 \dot{x}^2 |\cos(3x)|$  (61)

com a finalidade de conseguir  $x(t) \equiv x_d(t)$ , define-se  $\sigma=0$  como superfície de deslizamento, onde:

$$\sigma = \dot{e} + \lambda e \ . \tag{62}$$

Derivando:

$$\dot{\sigma} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{e} = f + \mathbf{u} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{e} .$$
(63)

Para uma lei de controle que garanta  $\dot{\sigma} = 0$ , a melhor aproximação de û será:

$$\hat{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} \,. \tag{64}$$

Note que û pode ser interpretado como a melhor estimativa de controle, porém um termo descontínuo deve ser adicionado, pois esse será necessário para alcançar a condição de deslizamento, vencendo a incerteza presente na dinâmica de f. Dessa forma, deve-se fazer:

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} - \rho \operatorname{sgn}(\sigma) , \qquad (65)$$

onde  $sgn(\sigma)$  é a função sinal:

$$\operatorname{sgn}(\sigma) = \begin{cases} +1 & \operatorname{se} \sigma > 0, \\ -1 & \operatorname{se} \sigma < 0. \end{cases}$$
(66)

O termo  $\rho$  deve ser escolhido de forma que seja maior que o termo F estabelecido na equação (61), dessa forma:

$$\varrho = F + \Delta F \,, \tag{67}$$

na qual  $\Delta F > 0$  é alguma constante escolhida.

Por fim, a equação a seguir representa a equação básica de um controle por modo deslizante:

$$\mathbf{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} - \rho \operatorname{sgn}(\sigma) .$$
(68)

Dependendo das incertezas e perturbações ao qual o sistema está exposto, há a necessidade de saber se o valor de  $\rho$  é suficiente para vencê-las, demandando uma variação de parâmetros pelo projetista de controle. Com o passar do tempo, foram desenvolvidos algoritmos de controle adaptativos, cuja maior vantangem é a adaptação do  $\rho$ . Com cada um deles possuindo peculiaridades, pode-se citar as estratégias baseadas em controle equivalente, como as de Bartoszewicz (1998), Utkin e Poznyak (2013) e Edwards e Shtessel (2016) e a baseada em controle equivalente estendido, Oliveira, Cunha e Hsu (2016) que será utilizada nessa dissertação para o controle da embarcação. Antes de focar nessa estratégia, é válido comentar sobre o método de Filippov bem como o conceito de controle equivalente.

#### 4.3 Dinâmica Equivalente

A dinâmica do sistema durante o modo deslizante pode ser escrita como:

$$\dot{\sigma} = 0 \ . \tag{69}$$

Segundo Slotine e Li (1991, Seção 7.1.2), resolvendo esta equação em relação à entrada de controle, pode-se obter o denominado *controle equivalente*  $u_{eq}$  (FILIPPOV, 1964) e (UTKIN, 1978), que pode ser interpretado como um sinal de controle contínuo por partes que irá manter  $\dot{\sigma} = 0$  se a dinâmica for exatamente conhecida. Para um sistema da forma:

$$\ddot{x} = f + \mathbf{u} , \qquad (70)$$

tem-se:

$$\mathbf{u}_{eq} = -f + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} \ . \tag{71}$$

Durante o modo deslizante, a dinâmica do sistema é da seguinte forma:

$$\ddot{x} = f + u_{eq} = \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} \ . \tag{72}$$

Um controle equivalente pode ser projetado geometricamente da seguinte maneira:

$$u_{eq} = \alpha \, u_+ + (1 - \alpha) \, u_- \,. \tag{73}$$

Tal equação pode ser interpretada como uma combinação convexa dos valores de u em ambos os lados da superfície de deslizamento S(t). O valor de  $\alpha$  pode ser obtido formalmente a partir de (69), onde esta equação requer que as trajetórias do sistema sejam tangentes à superfície. A figura 14 representa bem esta construção intuitiva, onde  $f_+ = [\dot{x} \ f + u_+]^T, \ f_- = [\dot{x} \ f + u_-]^T \ e \ f_{eq} = [\dot{x} \ f + u_{eq}]^T.$ 

Como os campos vetoriais em ambos os lados estão apontados para a superfície S(t), uma vez que a trajetória alcança tal superfície, ela não consegue sair e sua única solução possível é deslizar através da mesma. Pode-se interpretar um modo deslizante como chaveamentos rápidos e infinitos e tais propriedades caracterizam o fenômeno chamado *chattering*, que na prática é indesejável pois o uso de tais chaveamentos podem causar desgastes em equipamentos mecânicos, perdas excessivas de calor em equipamentos elétricos ou até mesmo tornar o sistema instável. Porém , mesmo com tais desvantagens, o controle por modos deslizantes continua sendo uma ferramenta poderosa na maioria das soluções de controle, que ao longo do tempo foi evoluindo e ganhando algoritmos que



Figura 14 - Interpretação geométrica da Solução de Filippov.

puderam melhorar o desempenho pela diminuição do chattering.

## 4.4 Controle Equivalente Estendido

A seção anterior definiu o conceito de *controle equivalente*, destacando a presença do mesmo somente durante a existência do modo deslizante. Hsu, Cunha e Costa R. R. ; Lizarralde (2002) generalizaram o conceito, criando uma expressão válida para todo tempo, com ou sem a presença de modo deslizante, nomeando o método de *controle equivalente estendido*  $(u_{xeq})$ .

Dado um sistema da forma a seguir, definida como sistema *afim no controle* (CLEL-LAND; MOSELEY; WILKENS, 2013):

$$\dot{x}(t) = f(x,t) + B(x,t)u(t)$$
 (74)

Seja um sistema da forma de (74) e uma função de chaveamento da forma  $\sigma(x(t), t)$ , pode-se derivar  $\sigma$  em relação ao tempo obtendo(BARBAS, 2021):

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt} 
= \frac{\partial\sigma}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial\sigma}{\partial t}\frac{dt}{dt} 
= \frac{\partial\sigma}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial\sigma}{\partial t}.$$
(75)

Substituindo (74) em (75), obtém-se:

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(x, t) \mathbf{u}_{xeq}(t) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} .$$
(76)

Da equação acima, assumindo-se que  $\frac{\partial \sigma}{\partial x}B(x,t)$  é inversível para todos os valores

de x e t, pode-se obter a expressão do controle equivalente estendido:

$$\mathbf{u}_{xeq} = -\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}B(x,t)\right]^{-1} \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}f(x,t) - \frac{d}{dt}\sigma(x,t) + \frac{\partial}{\partial t}\sigma(x,t)\right] \,. \tag{77}$$

Tem-se então uma expressão bem definida, cujo x(t) é absolutamente contínuo por definição e derivável em todos os pontos. Para um sistema que entra em deslizamento em  $t = t_s$  e assim permanece para todo  $t \ge t_s$ , nota-se que o  $u_{xeq}$  é idêntico a  $u_{eq}$  para todo  $t \ge t_s$  e  $u_{xeq}$  equivale a u para  $t < t_s$ . A partir deste conceito, algumas estratégias de controle serão exploradas no capítulo a seguir.

## **5 CONTROLE POR MODO DESLIZANTE ADAPTATIVO**

A partir da teoria de Controle por Modo Deslizante abordada no capítulo anterior, a inclusão de uma adaptação, que será a proposta deste capítulo, irá acrescentar algumas vantagens, como a diminuição do *chattering*.

Além da adaptação, serão apresentadas algumas estratégias de implementação vantajosas a depender do tipo de experimento. A primeira delas é a inclusão do Controle Vetorial Unitário (UVC – Unit Vector Control) capaz de suavizar o sinal de controle. Dependendo da aplicação, um dos graus de liberdade pode demandar uma adaptação mais rápida, exigindo então parâmetros diferentes, portanto será proposta também uma abordagem por Controle Multivariável. Por fim, devido à dificuldade de se mensurar perturbações ambientais em laboratório, será apresentada uma maneira de estimá-las e usá-las como entrada do algoritmo de adaptação para conseguir vencer tais distúrbios.

#### 5.1 Abordagem Baseada em Controle Equivalente Estendido

Conforme mencionado na Introdução, na literatura há diversas estratégias adaptativas para o controle por modos deslizantes, com cada uma delas possuindo vantagens e desvantagens em relação as outras a depender da sua aplicação. Uma delas, usada nesta dissertação, baseia-se no controle equivalente estendido (Seção 4.4) e é capaz de lidar com distúrbios cujos limitantes são desconhecidos. Como vantagens adicionais, pode-se citar sua simplicidade e a capacidade de resistir às perturbações não-suaves.

#### 5.1.1 Exemplo Introdutório

Tal como definido por Oliveira, Cunha e Hsu (2016), considere uma planta constituída por um integrador:

$$\dot{x} = \mathbf{u} + d(t) , \qquad (78)$$

sendo d(t) uma perturbação de entrada contínua por partes e uniformimente limitada por uma constante desconhecida  $\bar{d} > 0$  de tal forma que  $|d(t)\rangle| \leq \bar{d}, \forall t > 0$ .

A lei de controle aplicada no sistema é a seguinte:

$$\mathbf{u} = -\varrho(t)\operatorname{sgn}(x) , \qquad (79)$$

sendo  $\rho(t)$  gerada por uma função de modulação adaptativa, cuja lei adaptativa é repre-

sentada pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{\varrho} = -\gamma_f \varrho + c_f \left| \mathbf{u}_{xeq} \right|, \ \varrho(0) > 0 \ , \tag{80}$$

com as constantes  $c_f e \gamma_f$  satisfazendo:

$$c_f > \gamma_f > 0 . ag{81}$$

Como forma de simplificar os conceitos, inicialmente supõe-se que o controle equivalente estendido  $u_{xeq}(t)$  é conhecido e possui as seguintes características:

- Na ausência de modo deslizante,  $|\mathbf{u}_{xeq}| = \varrho(t)$ . Tal conclusão surge a partir da definição de controle equivalente estendido e de (79).
- No modo deslizante,  $|\mathbf{u}_{xeq}| = |d(t)|$ . Neste caso o controle equivalente estendido será o próprio controle equivalente  $\mathbf{u}_{eq}$ . Como  $\dot{x} = 0$ , então  $u_{xeq} = \mathbf{u}_{eq} = -d(t)$ .

Assim, antes de atingir o modo deslizante, a seguinte expressão é válida:

$$\dot{\varrho} = (c_f - \gamma_f)\varrho \ . \tag{82}$$

Visto que  $c_f - \gamma_f > 0$ ,  $\rho$  cresce exponencialmente até superar o limite da perturbação ( $\rho(t) \ge \bar{d}$ ) em algum instante de tempo finito, alcançando então a superfície de deslizamento. Após o alcance do modo deslizante, há uma adaptação gerada pelo filtro (80) que é ISS (*Input-to-State Stability*)(KHALIL, 2002), possuindo como entrada uma estimativa do módulo da perturbação |d(t)|. A função de modulação é a própria solução de (80), que é dada por:

$$\varrho(t) = e^{-\gamma_f t} \varrho(0) + c_f \, e^{-\gamma_f t} \left| \mathbf{u}_{xeq}(t) \right| \ . \tag{83}$$

Se

$$c_f e^{-\gamma_f t} \left| d(t) \right| > \left| d(t) \right| \,, \quad \forall t \ge 0 \,, \tag{84}$$

a partir de (83) e  $\varrho(t) > 0$  conclui-se que  $\varrho(t) > |d(t)|$ , que é uma condição suficiente para a existência de modo deslizante. Na lei de adaptação presente, quando a amplitude da perturbação d(t) diminui,  $\varrho(t)$  também diminui devido à presença do termo  $-\gamma_f \varrho$ , que atua como um "fator de esquecimento".

Os tipos de perturbações que atendem (84) são as contínuas por partes com |d(t)|contínuo e  $\frac{d|d(t)|}{dt}$  definido em quase todos os pontos pertencentes a esta classe, tais como sinais dente-de-serra e onda quadrada. Ademais, pode-se incluir algumas classes de perturbações não suaves e perturbações exponenciais crescentes que satisfaçam (MELO, 2017):

$$|d(t)| < d_0 e^{(c_f - \gamma_f)t}, \quad \forall t \ge 0.$$
 (85)

#### 5.1.2 Controle Médio

Para um sistema afim no controle:

$$\dot{x}(t) = f(x,t) + B(x,t) u(t),$$
(86)

o controle equivalente estendido  $u_{xeq}$ , por ser um sinal não disponível para implementação em controle, coincide com uma componente de baixa frequência do sinal de controle u, na presença do modo deslizante. Estima-se o *controle médio*  $u_{av}$  através da aplicação de um filtro passa-baixas com uma constante de tempo  $\tau$  positiva e pequena o bastante se comparada à componente lenta de u, mas grande o bastante para filtrar o chaveamento de alta frequência deste controle:

$$\tau \dot{\mathbf{u}}_{av} = -\mathbf{u}_{av} + \mathbf{u} \,. \tag{87}$$

Portanto, o *filtro de média* acima, fornece uma estimativa de  $u_{xeq}$  que é o controle médio  $u_{av}$ .

#### 5.1.3 Lei de Controle

Definindo a seguinte variável de deslizamento com grau relativo unitário:

$$\sigma = S\xi \ , \text{com } S = [s_0, s_1, \dots, s_{r-1}] \ , \tag{88}$$

sendo S escolhida de forma que o polinômio  $s_{r-1}\lambda^{r-1} + ... + s_1\lambda + s_0$  seja Hurwitz. Fixa-se  $s_{r-1} = 1$  para que o polinômio seja mônico e calcula-se  $\dot{\sigma}$ , obtendo-se:

$$\dot{\sigma} = f_{\sigma}(x,t) + g(x,t)[u+d(t)] , \qquad (89)$$

com  $f_{\sigma}(x,t) = \sum_{i=0}^{r-2} s_i \xi_{i+2} + f(x,t)$ . A lei de controle é dada por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_s; \quad \text{com} \quad u_c = -\frac{f_\sigma(x,t)}{g(x,t)}; \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{u}_s = -\varrho(t)\operatorname{sgn}(\sigma) \ . \tag{90}$$

Portanto,  $u_c$  é a parte contínua do sinal de controle, responsável por cancelar as dinâmicas internas da planta e o  $u_s$  é a parcela responsável pelo chaveamento do sistema



Figura 15 - Diagrama de blocos do Controlador por Modo Deslizantes Adaptativo utilizado no Experimento. Fonte: (OLIVEIRA; CUNHA; HSU, 2016)

durante o modo deslizante. Assumindo que a perturbação de entrada d(t) é desconhecida, integrável localmente e possui módulo limitado por  $|d(t)| \leq \bar{d}, \forall t, ,$  na qual  $\bar{d} \geq 0$  é um escalar desconhecido. Assumindo-se que são conhecidos  $\bar{d}_0 \geq |d(0)|$  e as constantes  $c_f > \gamma_f > 0$  e  $\tau > 0$ , pode-se aplicar a seguinte função de modulação adaptativa:

$$\tau \dot{\mathbf{u}}_{av} = -\mathbf{u}_{av} + \mathbf{u}_s \;, \tag{91}$$

$$\dot{\varrho} = -\gamma_f \, \varrho + c_f (|\mathbf{u}_{av}| + \delta), \ \varrho(0) \ge 0 , \qquad (92)$$

sendo  $\tau > 0$  a constante de tempo do filtro de média e  $\delta > 0$  a condição que garante um nível mínimo desejado para inicialização em condições iniciais nulas (caso  $\rho = 0$ ). A Figura 15 apresenta um diagrama desta estratégia de controle. Para encontrar a solução  $\rho(t)$  da equação diferencial (92), deve-se admitir as seguintes hipóteses:

(H.1) Assume-se que a perturbação de entrada d(t) é desconhecida, integrável localmente e possui módulo limitado por  $|d(t)| \leq \bar{d}, \forall t$ , na qual  $\bar{d} \geq 0$  é um escalar não conhecido. Assume-se conhecido apenas um escalar  $\bar{d}_0 \geq |d(0)|$ . Além disso, existem as constantes conhecidas  $c_f > \gamma_f > 0$  e  $\tau > 0$ , tais que para qualquer condição inicial  $\varrho(0) > d(0)$  conhecida:

$$|d(t)| \le c_f \, e^{-\gamma_f t} * \left| \tau^{-1} e^{-\frac{1}{\tau}} * d(t) \right|, \ \forall t \ge 0 \ .$$
(93)

(**H.2**) É conhecido um h > 0 suficientemente grande tal que, para  $\varrho(0) = \bar{d}_0 + h$ na lei de controle (92), seja válida a seguinte relação:

$$|d(t)| < \varrho(t), \ \forall t \le t_m \ . \tag{94}$$

na qual  $t_m > 0$  representa o primeiro instante de tempo t > 0 no qual  $\varrho(t_m) > \varrho(0)$ .

(**H.3**) Para os respectivos valores de  $c_f \in \gamma_f > 0$  que satisfazem (**H.1**), o crescimento de d(t) é limitado exponencialmente por :

$$|d(t)| < |d(0)| e^{(c_f - \gamma_f)(t - t_m)} , (95)$$

A desigualdade da hipótese (**H.1**) pode ser obtida a partir de (84) com a aplicação do filtro de média. (**H.2**) deve existir para garantir que o valor inicial de  $\rho$  já possa majorar a perturbação inicial já nos instantes iniciais do experimento ( $0 \le t < t_m$ ). A hipótese (**H.3**) foi desenvolvida a partir do resultado obtido em (85).

A referência (MELO, 2017) apresenta o Teorema 1 com sua devida prova, que é enunciado de forma simplificada abaixo.

**Teorema 1** A condição de alcançabilidade é satisfeita, fazendo que a condição de deslizamento seja alcançada em tempo finito e o sistema em malha fechada é uniformemente globalmente exponencialmente estável e dessa forma, o vetor de estado converge exponencialmente para a origem.

O sistema apresentará uma maior robustez quanto maior for o valor de  $c_f$  e quanto menores forem os valores de  $\gamma_f$  e  $\tau$ . O filtro  $c_f/(s + \gamma_f)$  é responsável por criar um majorante para o módulo da perturbação e quando  $\gamma_f \rightarrow 0$ , tende comportar-se como um integrador. Na presença do modo deslizante, tal filtro comporta-se como um passabaixas e introduz um ganho  $|c_f/\gamma_f|$  para o valor médio da perturbação |d(t)|, atenuando tanto a frequência fundamental quanto as harmônicas.

## 5.2 O Controle Vetorial Unitário

Ao longo do capítulo 4 toda a teoria do SMC foi sendo desenvolvida com o uso da função sinal:  $sgn(\sigma)$ . Hsu et al. (2019) propuseram o uso de Controle Vetorial Unitário (*UVC – Unit Vector Control*) adaptativo para sistemas multivariáveis, semelhante ao abordado por esta dissertação. Para tal, pode-se reescrever a equação dinâmica (50) na forma vetorial:

$$\ddot{\eta} = \mathbf{d} + \mathbf{u},\tag{96}$$

Nesse caso, o vetor correspondente ao sinal de controle  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ , assim como também o vetor  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$ , consistindo este em aproximações, incertezas e distúrbios ambientais.

Redefinindo a equação (53) para uma embarcação atuando no  $\mathbb{R}^3$ .

$$\mathbf{e} = \eta(t) - \eta_{ref}(t) = \begin{bmatrix} x(t) - x_{ref}(t) & y(t) - y_{ref}(t) & \psi(t) - \psi_{ref}(t) \end{bmatrix}^{T},$$
(97)

cujo  $\eta_{ref}(t)$  representa a trajetória de referência e assume-se que  $\eta_{ref}(t)$  e  $\dot{\eta}_{ref}(t)$  são contínuos e limitados e  $\ddot{\eta}_{ref}(t)$  é contínuo por partes e limitado. Pode-se então escrever a seguinte lei de controle baseada em **UVC**:

$$\mathbf{u} = \ddot{\eta}_{ref}(t) - \lambda \,\dot{\mathbf{e}} + U\,,\tag{98}$$

$$U = -\varrho \,\frac{\sigma}{\|\sigma\|}\,,\tag{99}$$

$$\sigma(t) = \dot{\mathbf{e}} + \lambda \, \mathbf{e} \,. \tag{100}$$

Note a similaridade entre (98) e (68), cuja diferença é que nesta há a presença de  $-\hat{f}$ , usado para cancelar a dinâmica de f. A equação (100) equivale à (55) e  $\lambda \in \mathbb{R}^3$  é uma matriz Hurwitz escolhida para especificar a dinâmica de erro na superfície de deslizamento ( $\sigma = 0$  ou  $\dot{e} = \lambda e$ ).

Por fim, o que diferencia o **UVC** do **SMC** apresentado anteriormente, é que diferente de (68), o uso de  $\sigma/||\sigma||$  em (99) permite que em aplicações matriciais, como o caso de uma embarcação atuando na superfície, o uso da norma do vetor  $\sigma$  (no caso), transforme o que demandaria um controle multivariável em um controle escalar. Mesmo quando aplicado num controlador escalar, sua vantagem é uma maior *suavidade* deste sinal do controle, do que quando utilizado com a função *sinal*.

A equação (98) pode ser aplicada com um  $\rho$  fixo ou com um algoritmo de controle adaptativo. As simulações e experimentos desta dissertação irão abranger ambos os casos. Para o caso de uma aplicação com **UVC** adaptativo, o algoritmo a ser usado será o mesmo da seção 5.1, conforme tabela a seguir:

Tabela 2: Parâmetros usados no UVC.

Sinal de Controle Chaveado	$\mathbf{U} = -\varrho  \frac{\sigma}{\ \sigma\ }$
Função de Modulação	$\varrho\in\Re$
Filtro de Média	$ au \dot{\mathrm{u}}_{av} = -\mathrm{u}_{av} + \mathrm{u}_s$
Lei Adaptativa	$\dot{\varrho} = -\gamma_f  \varrho + c_f ( \mathbf{u}_{av}  + \delta)$



Figura 16 - SMC Multivariável. Adaptado de (OLIVEIRA; CUNHA; HSU, 2016)

#### 5.3 SMC Adaptativo Multivariável

Apesar da praticidade de possuir um único sinal de controle para todos os graus de liberdade possíveis, numa implementação prática o UVC pode apresentar em algumas situações (conforme será comentado no capítulo 6) o aumento considerável do  $\rho$  em virtude da demanda de um único grau de liberdade, ocasionando então o aumento de todos os sinais de controle, o que pode levar a uma possível saturação e ao aumento do *chattering.* Dessa forma, buscou-se uma nova estratégia: um Controle Adaptativo Multivariável apresentado na Figura 16, contendo não somente uma função de modulação  $\rho$  vetorial, mas também outros parâmetros.

A estratégia é a mesma antes utilizada para um controle escalar, fazendo uso da mesma função de Modulação Adaptativa e do filtro de média, equações (91) e (92), porém agora fazendo uso de um  $\rho$  vetorial, capaz de fornecer diferentes sinais de controle para  $x, y \in \psi$ .

Tal abordagem permite o uso de diferentes parâmetros  $(c_f, \gamma_f, \delta, \text{ etc.})$  para cada grau de liberdade, fazendo com que cada um desses graus adapte-se conforme sua demanda de forma independente. Pode-se reescrever a função de modulação adaptativa  $\boldsymbol{\varrho} \in \Re^n$  multivariável, onde n é o número de graus de liberdade, da seguinte forma:

$$\tau \dot{\mathbf{u}}_{av} = -\mathbf{u}_{av} + \mathbf{u}_s \;, \tag{101}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varrho}} = -\boldsymbol{\gamma}_{\boldsymbol{f}} \, \boldsymbol{\varrho} + \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{f}} (|\mathbf{u}_{\boldsymbol{av}}| + \delta), \ \boldsymbol{\varrho}(0) \ge 0 \ , \tag{102}$$

Os parâmetros em negrito são vetoriais. Não há necessidade da constante do filtro de média ou mesmo a taxa de incremento  $\delta$  serem diferentes para cada grau de liberdade. A grande vantagem de ter-se  $c_f \in \gamma_f$  vetoriais é que dependendo da aplicação um grau

de liberdade pode demandar uma maior taxa de adaptação e fator de esquecimento que outro. Mesmo com um controle adaptativo multivariável ainda é possível optar entre  $U = -\rho \operatorname{sgn}(\sigma)$  ou  $U = -\rho \frac{\sigma}{\|\sigma\|}$ .

Num aplicação usando controle digital, os cálculos serão da seguinte forma para cada uma das variáveis:

$$u_{av} = C u_{av}[k+1] + (1-C)u_s[k+1], \qquad (103)$$

esta equação representa um filtro passa-baixas (filtro de média) digital. Relembre que o controle chaveado  $u_s = U$ . As equações abaixo são referentes à lei adaptativa, necessárias para encontrar a função de modulação  $\rho$ .

$$X_{u_{av}} = c_f \left( \| (u_{av} \| + \delta) \right)$$
(104)

$$\rho = C_2 \,\rho[k+1] + \frac{1}{\gamma} \,C_2 \,X_{u_{av}}[k+1] \tag{105}$$

Um resumo das características deste método encontra-se na tabela 3 abaixo:

Sinal de Controle Chaveado	$U = -\rho \frac{\sigma}{\ \sigma\ } ou U = -sgn(\sigma)$
Função de Modulação	$\varrho\in\Re^n$
Filtro de Média	$ au \dot{\mathbf{u}}_{oldsymbol{av}} = -\mathbf{u}_{oldsymbol{av}} + \mathbf{u}_{oldsymbol{s}}$
Lei Adaptativa	$\dot{\boldsymbol{arrho}} = - oldsymbol{\gamma_f}  \boldsymbol{arrho} + oldsymbol{c_f} ( \mathbf{u}_{\boldsymbol{av}}  + \delta)$

Tabela 3: SMC Adaptativo Multivariável.

# 5.4 Controle por Modo Deslizante Adaptativo Baseado na Estimativa da Perturbação

O apêndice A aborda as **perturbarções ambientais**, apresentando uma teoria básica sobre a modelagem de ventos, ondas e correntes oceânicas. Todos os modelos apresentados, dependem de características intrínsecas da natureza, como por exemplo, as correntes oceânicas dependem da densidade da água, fricção do vento e trocas de calor na superfície; as ondas dependem dos cálculos de espectro, altura e etc. Sendo assim, ademais da dificuldade de se gerar tais perturbações num experimento em laboratório, existe uma dificuldade ainda maior em mensurá-las, pois os modelos existentes não podem ser aplicados.

A equação (96) apresenta o modelo dinâmico do sistema e nele as perturbações

estão incluídas. Logicamente **d** também contém as incertezas da planta, mas conseguindose modelar as parâmetros da embarcação da forma mais fidedigna possível, restará de uma maneira geral somente as perturbações. Sendo assim, apesar de não ser possível mensurar as perturbações presentes no experimento, é possível estimá-las.

Substituindo a equação (98) na equação (96):

$$\ddot{\eta} = \ddot{\eta}_{ref} - \lambda \, \dot{e} + U + d \,\,, \tag{106}$$

mas como  $\ddot{e} = \ddot{\eta} - \ddot{\eta}_{ref}$ , logo:

$$\ddot{e} + \lambda \, \dot{e} - U = d \; . \tag{107}$$

Conclui-se que:

$$d = \dot{\sigma} - U \ . \tag{108}$$

Tanto o sinal de U quanto o de  $\sigma$  estão presentes nas leis de controle apresentadas até o momento. O sinal de sigma deve ser derivado e aplicado a um filtro passa-baixas (filtro de média):

$$u_{av1} = C \, u_{av1}[k+1] + (1-C) \, \dot{\sigma}[k+1] \,. \tag{109}$$

O sinal chaveado também deverá ser aplicado a um filtro de média conforme equação a seguir:

$$u_{av2} = C u_{av2}[k+1] + (1-C) U[k+1].$$
(110)

Enfim, com a subtração destes dois sinais será possível não somente estimar as perturbações presentes no experimento, como também incluir tal perturbação na lei de controle de forma a sempre majorá-las. Ela deve ser aplicada a mais um filtro de média, desta vez, próprio da **Função de Modulação Adaptativa**, a mesma utilizada nas seções anteriores.

$$u_{av} = u_{av}[k+1] + (1-C)(u_{av1} - u_{av2}).$$
(111)

Agora, tal sinal deve ser aplicado à lei adaptativa, conforme as equações abaixo:

$$X_{u_{av}} = c_f \left( \| (u_{av} \| + \delta) \right), \tag{112}$$



Figura 17 - SMC Adaptativo baseado na Estimativa da Perturbação

$$\varrho = C_2 \, \varrho[k+1] + \frac{1}{\gamma} \, C_2 \, X_{u_{av}}[k+1] \,. \tag{113}$$

O diagrama que representa esta lei de controle é apresentado na Figura 17. O sinal de entrada desta função é o que será exibido nos experimentos como um  $\hat{\mathbf{d}}$  estimado.

A necessidade de se aplicar também um filtro de média após o cálculo de  $\dot{\sigma}$  e no sinal de U antes de subtraí-los, é devido a forte presença de ruído em ambos. A tabela 4 abaixo apresenta um resumo da estratégia desenvolvida nesta seção:

Sinal de Controle Chaveado	$-\varrho \frac{\sigma}{\ \sigma\ } ou - \operatorname{sgn}(\sigma)$
Função de Modulação	$\varrho \in \Re$ ou $\varrho \in \Re^n$
Filtro de Média 1	$\tau \dot{\mathbf{u}}_{av1} = -\mathbf{u}_{av1} + \dot{\sigma}$
Filtro de Média 2	$\tau \dot{\mathbf{u}}_{av2} = -\mathbf{u}_{av2} + U$
Filtro de Média 3	$\tau \dot{\mathbf{u}}_{av} = -\mathbf{u}_{av} + (\mathbf{u}_{av1} - \mathbf{u}_{av2})$
Lei Adaptativa	$\dot{\varrho} = -\gamma_f  \varrho + c_f ( \mathbf{u}_{av}  + \delta)$

Tabela 4: SMC Adaptativo baseado na Estimativa da Perturbação.

## 6 RESULTADOS SIMULADOS

Ao longo desse capítulo serão apresentados os resultados obtidos nas simulações, a partir de um modelo de embarcação presente no laboratório e construído por Amaral (2008).

Os resultados apresentados são referentes às simulações em diversas situações, utilizando os tipos de controle que foram abordados ao longo do texto, incluindo ou não a presença de perturbações. O capítulo será dividido em seções que abordarão desde o mais simples PD, até o SMC proposto por Oliveira, Cunha e Hsu (2016) e suas variações.

#### 6.1 Controle Proporcional-Derivativo sem Distúrbio

O controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID), também chamado de controlador de três termos, é uma ferramenta poderosa capaz de levar erros a valores bem próximos de zero em diversas aplicações (DORF; BISHOP, 2001). Utiliza-se a lei de controle PD:

$$u_{PD} = -(K_p e + K_d \dot{e}) \tag{114}$$

que possui a seguinte função transferência:

$$G_c(s) = -(K_p + K_d s) \tag{115}$$

Pode-se aplicar a equação (114) na seguinte equação abaixo, que baseia-se na equação (43):

$$F_P = \hat{M} J^{-1}(\eta) \left[ u_{PD} - \dot{J}(\eta)\nu \right] + \hat{C}\nu + \hat{D}\nu$$
(116)

posteriormente,  $F_P$  deverá passar por um desacoplamento, assim como foi feito em (26), afim de se encontrar o vetor de força generalizada  $\tau$ .

O primeiro resultado das simulações para uma embarcação percorrendo a trajetória planejada no capítulo 3 utilizou os seguintes parâmetros para um controle PD(onde não está presente o parâmetro integral  $K_i$ ):

$$K_p = 12$$
 e  $K_d = 8$  (117)

O resultado alcançado, representado pela figura (18), condiz com a teoria deste controlador. Nota-se que a trajetória percorrida é praticamente igual à de referência e a variação das componentes do vetor  $\eta$  ( $x, y \in \psi$ ) ao longo do tempo, confirmam isto nas



Figura 18 - Simulação com PD: Trajetórias de Referência e a Obtida

figuras (19), (20) e (21), que ademais estão condizentes com o que foi apresentado e planejado no capítulo sobre *Rastreamento de Trajetórias*, alcançando erros praticamente nulos, como mostrado na figura (22). Percebe-se também que os maiores erros apresentados são os 4 picos de 0,02 rad, que representam as entradas e saídas das curvas da trajetória, visto que há o aparecimento (e desaparecimento) da aceleração centrípeta, fazendo esta o papel de um distúrbio, pois em teoria a embarcação foi planejada para manter sua velocidade constante ao longo da trajetória. Os sinais de controle estão apresentados em (23).

Deve-se levar em consideração que o bom desempenho alcançado na simulação com este controlador se dá em razão do perfeito desacoplamento obtido quando usa-se nos parâmetros nominais valores exatos das matrizes de Arraste, Coriolis-Centrípeta e de inércia.



Figura 19 - Simulação com PD: Gráfico do Avanço $(x^e_b)$ ao longo do tempo



Figura 20 - Simulação com PD: Gráfico do Desvio<br/>( $y^e_b)$ ao longo do tempo



Figura 21 - Simulação com PD: Gráfico da Guinada<br/>( $\psi_b)$ ao longo do tempo



Figura 22 - Simulação com PD: Gráfico dos erros ao longo do tempo



Figura 23 - Simulação com PD: Gráfico dos controles ao longo do tempo



Figura 24 - Simulação com PD e distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida

## 6.2 Controle Proporcional-Derivativo com Distúrbio

A teoria do controle afirma que a eficiência de um controlador PD fica comprometida quando há a presença de certos tipos de distúrbios. Se numa situação real existe a presença de ventos, ondas e correntezas, num experimento em laboratório, mesmo isento de perturbações, a simples presença de fios (de controle e/ou de alimentação, por exemplo) pode ser comparada a um distúrbio. Incertezas de modelagem também devem ser levadas em consideração e podem ser significativas para o bom funcionamento do controlador PD.

Numa simulação com os mesmos parâmetros da seção anterior foi somado um distúrbio descrito conforme o vetor apresentado em (118). Observa-se que tal distúrbio tem influência tanto em x quanto em y e sua presença na trajetória alcançou o resultado obtido apresentado na Figura 24. Tal resultado é o esperado por um PD na presença de perturbação, não adiantando variar os parâmetros para amenizar erros que nunca serão praticamente nulos, mesmo aumentando-se o controle de forma que ele trabalhe sempre na saturação e comprometa seu desempenho físico.

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} 0, 3 \operatorname{sen}(2 t) \\ 0, 3 \operatorname{sen}(4 t) \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(118)

#### 6.3 Controle Proporcional-Integral-Derivativo

O controle PID tem uma melhor robustez frente ao PD, pois a presença do termo integral é capaz de melhorar a estabilidade relativa e o erro em regime estacionário (GOL-NARAGUI; KUO, 2012). Sua resposta é mais rápida, garante erro nulo e tem como uma de suas principais vantagens evitar oscilações indesejadas(distúrbios como função degrau, por exemplo), garantindo a estabilidade.

Assim como foi desenvolvido para o PD, para o PID:

$$u_{PID} = -\left(K_p e + K_i \int e + K_d \dot{e}\right) \tag{119}$$

que possui a seguinte função transferência:

$$G_c(s) = -\left(K_p + K_d s + \frac{K_i}{s}\right) \tag{120}$$

Pelo método da alocação de polos (GOLNARAGUI; KUO, 2012), pode-se posicionar os autovalores de um PID com as raízes da seguinte equação característica:

$$s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i = 0 {,} {(121)}$$

obtendo-se o seguinte resultado:

$$K_p = (\lambda_1 \lambda_2) + (\lambda_1 \lambda_3) + (\lambda_2 \lambda_3); \qquad K_d = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3); \qquad K_i = -\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 . \tag{122}$$

Assim como aplicado ao PD, deve-se aplicar  $u_{PID}$  ao invés de  $u_{PD}$  na equação (116):

$$F_P = \hat{M} J^{-1}(\eta) \left[ u_{PID} - \dot{J}(\eta)\nu \right] + \hat{C}\nu + \hat{D}\nu$$
(123)

Utilizando o mesmo distúrbio da seção anterior (118) e aplicando um controlador PID com os seguintes parâmetros:

$$\lambda_1 = -5; \quad \lambda_2 = -4; \quad \lambda_3 = -3; \quad K_p = 47; \quad K_d = 12; \quad K_i = 60$$
 (124)

O resultado é apresentado na Figura 25. Nota-se a presença de erros menores e que ainda podem ser diminuídos com a variação dos parâmetros do controlador, ao aumentar-se em módulo seus autovalores. Distúrbios com frequências e amplitudes menores garantem também um melhor desempenho da embarcação.

O grande problema de aplicar-se PD ou PID em sistemas sujeitos a distúrbios é



Figura 25 - Simulação com PID e distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida

que deve haver um ajuste único de parâmetros para cada situação. O Controle por Modos Deslizantes, no entanto, possui uma robustez para diversas situações e quando aplicado de forma adaptativa, é necessário somente um único ajuste de parâmetros .



Figura 26 - Simulação com SMC <br/>e $\varrho=0,1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida

#### 6.4 Controle por Modo Deslizante com $\rho = 0, 1$

Em alternativa ao controle PID visto anteriormente, esta seção propõe a aplicação de um Controle por Modo Deslizante (SMC) como o que foi desenvolvido na seção (??), pois como já foi comentado, uma única modelagem deste tipo de controlador garante estabilidade e robustez ao sistema, quando sujeito a uma determinada faixa de distúrbios. Além disso, as perturbações presentes na natureza são variáveis e não-pontuais, estando presentes por um tempo significativo e portanto em nada se comparam a uma função degrau, desta forma, um PID deixa de ser a melhor alternativa.

A primeira proposta é iniciar com uma trajetória livre de perturbações, com um  $\rho$  constante e de valor baixo. Considere as seguintes características de um SMC a seguir (125):

$$\lambda = 3 ; \quad \varrho = 0, 1 .$$
 (125)

Os principais resultados são apresentados nas Figuras 26 e 27, que não apresentam erros, o que é confirmado pelos sinais apresentados na Figura 28, que são praticamente nulos em  $x \, e \, y$ , sendo nulo também na maior parte do tempo em relação a  $\psi$ , porém com a presença de picos nas entradas e saídas das curvas. Os sinais de controle estão apresentados na Figura 29 e são sinais típicos de um SMC, inclusive com  $u_3$  saindo e retornando ao *deslizamento* por algumas vezes.



Figura 27 - Simulação com SMC <br/>e $\varrho=0,1\colon$ Gráfico da Guinada ao longo do tempo



Figura 28 - Simulação com SMC <br/>e $\varrho=0,1$ : Gráfico dos erros ao longo do tempo


Figura 29 - Simulação com SMC <br/>e $\varrho=0,1\colon$ Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 30 - Simulação com SMC,  $\varrho=0,1$ e presença de distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida

# 6.5 Controle por Modo Deslizante com $\rho = 0, 1$ e Distúrbio

Apesar do excelente desempenho obtido, aplicando o mesmo distúrbio (118) das seções anteriores, obtém-se o péssimo resultado apresentado na Figura 30. Pela figura observa-se que não foi possível alcançar o controle da embarcação, sendo nítida a presença de erros, também representados pela Figura 31. Nesta figura nota-se também que as amplitudes e frequências deles comprometem o bom funcionamento da embarcação. Os sinais de controle são representados pela Figura 32, onde que o *deslizamento* só é alcançado na variável que não é diretamente somada a perturbações( $\psi$ ) e mesmo assim, ainda perde-se em alguns momentos.



Figura 31 - Simulação com SMC,  $\varrho=0,1$ e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 32 - Simulação com SMC,  $\varrho=0,1$ e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 33 - Simulação com SMC,  $\varrho=1$ e presença de distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida

## 6.6 Controle por Modo Deslizante com $\rho = 1$

O controlador implementado na seção anterior apresentou um desempenho melhor que o PD e o PID na ausência de distúrbios, porém quando exposto à mesma perturbação que os demais controladores, foram observados erros maiores.

Diferente dos controladores anteriores, cuja modelagem de autovalores favoreciam a diminuição dos erros, demandando um ajuste único para cada situação exposta a uma perturbação, a equação (67) nos diz que com o uso do  $\Delta F$ , pode-se majorar qualquer tipo de distúrbio, eliminando-se então os erros.

Nota-se que o distúrbio (118) utilizado nos exemplos anteriores possui uma amplitude A = 0,3 tanto em x quanto em y. Com a intenção de majorar tal perturbação, pode-se escolher um  $\rho = 1$  usando-se um  $\Delta F = 0,7$  e obtendo então o resultado contido na Figura (33). O que se vê é uma trajetória executada equivalente à de referência e livre de erros. Os sinais de erro são apresentados na Figura (35), confirmando que são praticamente nulos. Por fim, os sinais de controle para as três propulsores são mostrados na Figura (36), confirmando que uma vez que as variáveis alcançam o *deslizamento*, aí permanecem.

Uma vez alcançado o objetivo de modelar um controlador averso a uma certa gama de distúrbios, o problema agora volta-se a tentar reduzir/eliminar o *chattering*, bem como aumentar a robustez de forma com que seja possível eliminar as perturbações, independente da amplitude e frequência deste sinal.



Figura 34 - Simulação com SMC,  $\varrho=1$ e presença de distúrbio: Gráfico da guinada ao longo do tempo



Figura 35 - Simulação com SMC,  $\varrho=1$ e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 36 - Simulação com SMC,  $\varrho=1$ e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo

## 6.7 Controle por Modo Deslizante com $\rho$ Adaptativo

Após os resultados alcançados com um SMC de  $\rho$  constante, foi observada a necessidade de implementar-se um SMC adaptativo com a intenção de reduzir o máximo possível a presença de *chattering*, visto que tal fenômeno é indesejado por apresentar complicações físicas numa implementação prática devido ao fato de conter um sinal de controle mais "nervoso" em virtude de sua alta frequência.

A primeira simulação é referente a um controlador adaptativo baseado na seção 5.1 e Figura 15, que faz uso da função **sinal** (sgn) e não está exposto a distúrbios. Ele possui as seguintes características:

$$\lambda = 3; \quad \sigma = \dot{\mathbf{e}} - 3\,\mathbf{e}; \quad c_f = 6; \quad \gamma = 2; \quad \delta = 0,01; \quad \tau = 0,01\,\mathrm{s} \;.$$
(126)

A Figura 37 representa a trajetória de referência em vermelho e a trajetória executada pelo barco em azul. Note que ambas estão sobrepostas e visualmente a trajetória do barco não possui erro em relação à referência. A presença de erro em  $\psi$  foi observada nos instantes em que o barco entrou e saiu das curvas , como já era esperado e foi discutido no capítulo do planejamento de trajetórias, porém o erro foi ínfimo, com valor de 0,02 rad, conforme apresentado na Figura 38. Tal erro ainda pode ser reduzido com a variação dos parâmetros do filtro Passa-Baixas utilizado para o planejamento da trajetória. Todos os sinais de erro estão apresentados na Figura 39.É possível notar a 'adaptação' do sinal de controle na Figura 40, inclusive com o sinal de  $\psi$  perdendo o *deslizamento* nas entradas e saídas das curvas e depois recuperando-o com picos de amplitude. Por fim, a Figura 41 apresenta a variação(adaptação) de um  $\varrho$  único para os três graus de liberdade. Tal valor fica na maior parte do tempo abaixo de 0,20 e atinge picos durante as entradas e saídas das curvas.



Figura 37 - Simulação com SMC adaptativo: Trajetórias de Referência e a Obtida



Figura 38 - Simulação com SMC adaptativo: Gráfico da Guinada ao longo do tempo



Figura 39 - Simulação com SMC adaptativo: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 40 - Simulação com SMC adaptativo:Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 41 - Simulação com SMC adaptativo: Variação do $\varrho$ ao longo do tempo



Figura 42 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida

### 6.8 Controle por Modo Deslizante com $\rho$ Adaptativo e Distúrbio

Foi realizada uma simulação mantendo os mesmos parâmetros de (126) e utilizando o mesmo distúrbio (118) dos exemplos anteriores. A trajetória percorrida pela embarcação está apresentada na Figura 42, permanecendo isenta de erros, que estão representados pela Figura 44 e possuem valores abaixo de 1 mm, ou seja, são nulos. Isso deve-se ao fato do  $\rho$  (Figura 46) adaptar-se de forma a manter o controlador em *deslizamento* visto que o distúrbio é senoidal e está presente durante todo o experimento. Os sinais de controle estão apresentados na Figura 45.

Portanto,<br/>o controlador por SMC Adaptativo, apresentou um excelente desempenho, mostrando-se robusto na presença de distúrbios, por<br/>ém não distanciando-se do que fora apresentado para um<br/>  $\varrho = 1$  constante.

Agora a amplitude e a frequência do distúrbio (118) são aumentadas em 10 (dez) vezes, resultando no distúrbio:

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} 3 \operatorname{sen}(20 t) \\ 3 \operatorname{sen}(40 t) \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(127)



Figura 43 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio: Gráfico da Guinada ao longo do tempo



Figura 44 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 45 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio:Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 46 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio: Variação do $\varrho$ ao longo do tempo



Figura 47 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior: Trajetórias de Referência e a Obtida

Utilizando este distúrbio, foi realizada uma simulação mantendo os mesmos parâmetros do controlador adaptativo. O primeiro resultado está descrito pela Figura 47, que representa mais uma vez uma trajetória percorrida isenta de erros. As variações de  $x, y \in \psi$  ao longo do percurso também não possuem erros, conforme confirmado pela Figura 48. Isso deve-se ao fato do  $\rho$  adaptar-se e variar conforme a Figura 50, atingindo um valor bem mais alto, algo entre 8 e 9. Note que é devido ao fato do  $\rho$  iniciar com valor nulo que ainda há a presença de erros em  $x \in y$  durante o transitório inicial. Por fim os sinais de controle estão representados pela Figura 49, possuindo uma amplitude dez vezes maior, sendo mais 'nervoso' e com aparência de um SMC sem adaptação.



Figura 48 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 49 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior: Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 50 - Simulação com SMC adaptativo e presença de distúrbio 10 vezes maior: Gráfico da variação do $\varrho$ ao longo da Simulação



Figura 51 - Simulação com UVC e presença de distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida

## 6.9 Controle Vetorial Unitário

Foi realizada também uma simulação com o Controle Vetorial Unitário descrito pelas equações (98) e (99). O objetivo a ser alcançado seria obter um controle mais 'suave', sem o uso da função sinal  $(\mathbf{sgn}(\cdot))$ , visto que esta gera variação abrupta de sinal.

Utilizando os mesmos parâmetros de (126) dos exemplos anteriores para o controle e de (118) para o distúrbio, obtém-se como resultado mais uma vez uma trajetória isenta de erros, apresentada na Figura 51. Tais sinais agora atingem um erro máximo de 2 mm nas entradas e saídas das curvas, algo imperceptível, porém permanecem praticamente nulo durante o restante da trajetória, conforme pode ser visto na Figura 52. O objetivo de gerar sinais de controle mais suaves foi atingido, conforme demonstrado na Figura 53, apresentando uma forma mais próxima de controle adaptativo. Por fim, o sinal de  $\rho$ , representado pela Figura 54 pouco mudou, visto que este é gerado pelos filtros de média, que não foram modificados.



Figura 52 - Simulação com UVC e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 53 - Simulação com UVC e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 54 - Simulação com UVC e presença de distúrbio: Gráfico da variação de $\varrho$ ao longo do tempo



Figura 55 - Simulação com SMC Multivariável e presença de distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida

### 6.10 Controle por Modo Deslizante Adaptativo Multivariável

A última estratégia de controle utilizada foi a baseada na Figura (16), com um SMC Adaptativo Multivariável. Conforme comentado anteriormente, ela faz uso de um  $\rho$  vetorial onde cada componente do vetor é utilizada separadamente para determinar cada um dos sinais de controle.

Utilizando os mesmos parâmetros (126) dos exemplos anteriores para o controle, além de (118) para o distúrbio, onde  $c_f \in \gamma$  são iguais nas três funções adaptativas, obtémse a trajetória executada pela embarcação e representada pela Figura 55. É curiosa a aparição de erros tão significativos nas entradas e saídas das curvas, visto que em exemplos anteriores os mesmos não eram tão altos. Tal erro é visível tanto em x, quanto em y e também em  $\psi$  (representado pela Figura 56), chegando a quase 4 cm e 0,05 rad, conforme mostrado na Figura 57. Nota-se que durante o resto do percurso o erro é nulo. A Figura 58 apresenta os sinais controle, onde observa-se que o objetivo de utilizar uma função multivariável foi atingido quando percebe-se que o sinal  $u_3$  praticamente só é exigido nas entradas e saídas das curvas e portanto os outros sinais de controle são independentes e variam conforme os distúrbios presentes no sistema. Tais sinais de controle logicamente são gerados pelos  $\rho$  independentes apresentados na Figura 59.

Nota-se que os três  $\rho$ , assim como nos experimentos anteriores, aumentam abruptamente durante as curvas. Com isso em mente e visando abrandar os 4 picos de erros



Figura 56 - Simulação com SMC Multivariável e presença de distúrbio: Gráfico da guinada ao longo do tempo



Figura 57 - Simulação com SMC Multivariável e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 58 - Simulação com SMC Multivariável e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 59 - Simulação com SMC Multivariável e presença de distúrbio: Variação do $\varrho$ ao longo do tempo

encontrados durante a trajetória, tem-se a favor a principal vantagem desse método que é o fato de cada um destes  $\rho$  serem gerados de forma independente. Desta forma, uma nova simulação foi realizada modificando os valores de  $c_{f3}$  e  $\gamma_3$  em relação aos demais  $c_f$ e  $\gamma$ , que tiveram mantidos os mesmos valores usados nas simulações anteriores.

$$\lambda = 3; \quad \sigma = \dot{\mathbf{e}} - 3\,\mathbf{e}; \quad c_f = 6; \quad \gamma = 2; \quad c_{f3} = 6; \quad \gamma_3 = 2; \quad \delta = 0.01; \quad \tau = 0.01\,\mathrm{s} \;.$$
(128)

A trajetória executada pela embarcação está apresentada na Figura 60, agora sem os erros expressivos nas curvas observados no exemplo anterior, pois o aumento do  $c_{f3}$  foi o responsável pelo aumento da velocidade de adaptação do sinal controle  $u_3$ . A Figura 61 apresenta os erros encontrados, cujos valores máximos obtidos foram de 6 mm e 0,02 rad, bem inferiores aos encontrados antes da mudança deste parâmetro específico.

Na Figura 62, que apresenta os sinais de controle, é possível perceber o aumento do  $u_3$  em relação ao que fora obtido anteriormente. Por fim, a partir da Figura 62, nota-se que  $\rho$  precisou crescer até um valor próximo de 4 de forma quase que instantânea com a finalidade de vencer essa questão das entradas e saídas de curvas.



Figura 60 - Simulação com SMC Multivariável com alteração de parâmetros e presença de distúrbio: Trajetórias de Referência e a Obtida



Figura 61 - Simulação com SMC Multivariável com alteração de parâmetros e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 62 - Simulação com SMC Multivariável com alteração de parâmetros e presença de distúrbio: Gráfico dos sinais de controle ao longo do tempo



Figura 63 - Simulação com SMC Multivariável com alteração de parâmetros e presença de distúrbio: Variação do $\varrho$ ao longo da Simulação



Figura 64 - Simulação com SMC Adaptativo Baseado na Perturbação: Distúrbio Aplicado à Embarcação

# 6.11 Controle por Modo Deslizante Adaptativo Baseado na Estimativa da Perturbação

Na seção 5.4 foi visto uma abordagem para que em laboratório seja possível estimar as perturbações, pois os modelos presentes na literatura, por dependerem de fatores naturais, não podem ser aplicados em ambientes de teste como este.

Baseando-se na estratégia de controle presente na Figura 17, cuja perturbação de entrada  $\mathbf{d}$  é igual a da equação (118) usada nas simulações anteriores, pode-se comparar  $\mathbf{d}$  com  $\mathbf{\hat{d}}$  nas Figuras 64 e 65.

Foi obtida uma boa estimativa dos distúrbios tanto em amplitude quanto em frequência. Mesmo sem aplicação de um distúrbio d(3), a estimativa desta componente do vetor  $\hat{d}(3)$  apresentou os impulsos presentes nas seções anteriores, que como já foi visto, são tratados também como distúrbios.

Não só foi obtida uma boa estimativa do distúrbio como que estratégia de controle utilizada também gerou os resultados esperados na teoria: a possibilidade de conhecendose o distúrbio, sempre majorá-lo. Com exceção dos erros obtidos nos instantes iniciais da Figura 66, nota-se que ao longo do tempo eles foram menores que  $10^{-3}$ .



Figura 65 - Simulação com SMC Adaptativo Baseado na Perturbação: Distúrbio Estimado



Figura 66 - Simulação com SMC Adaptativo Baseado na Perturbação: Gráfico dos sinais de erro ao longo do tempo

# 7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Baseando-se nos algoritmos do capítulo 6, este capítulo apresenta os resultados obtidos através dos experimentos em laboratório.

## 7.1 Metodologia

Os experimentos foram realizados no Laboratório de Controle e Automação da UERJ e para tal, foi utilizado uma piscina MOR 50001 (Figura 67) cujas dimensões são  $3, 25 \text{ m} \times 2, 06 \text{ m} \times 0, 75 \text{ m}$ . Amaral (2008) construiu o protótipo da embarcação (Figura 68) utilizada no experimento, com dois propulsores laterais e um traseiro, já modelada ao longo dos capítulos anteriores. Essa possui 0, 48 m de comprimento e atinge uma velocidade máxima de 0, 25 m/s avante.

Com a finalidade de medir o posicionamento da embarcação na piscina, foi utilizado um sistema de três câmeras Vicon (quantidade necessária e suficiente), ligadas a uma unidade de processamento com a finalidade de criar um ambiente de trabalho 3D num computador. A embarcação contém 4 marcadores esféricos que refletem as luzes infravermelhas emitidas pelas câmeras, definindo então o objeto apresentado no *software* Vicon Tracker versão 3.7, onde é possível definir um ambiente de trabalho, manipular dados do objeto, obter dados de posição e orientação com precisão milimétrica e manipular tais dados(num Matlab, por exemplo) para obtenção de velocidade, aceleração. Apesar do sistema atingir uma frequência de amostragem de até 1 kHz, optou-se por uma frequência de 100 Hz, porque as superiores a esta estavam ocasionando perdas na aquisição de quadros (*frames*). O protocolo de comunicação entre o microcontrolador contido na embarcação e o computador é o *Wi-Fi* e a Figura 69 representa o sistema experimental.

O microcontrolador utilizado na embarcação foi o Arduino UNO, conectado a um módulo Wi-Fi e três motores que são utilizados como propulsores.



Figura 67 - Piscina usada no experimento.



Figura 68 - Barco usado no experimento.



Figura 69 - Esquemático do experimento.



Figura 70 - Experimento com PD: Trajetórias de Referência e a Obtida.

## 7.2 Controlador Proporcional-Derivativo

O primeiro experimento realizado foi com controlador PD possuindo os seguintes parâmetros:

$$K_p = 12; \quad K_d = 8 \;.$$
 (129)

Portanto os autovalores do polinômio característico são  $\lambda_1 = 2$  e  $\lambda_2 = 6$ . A Figura 70 representa a trajetória que o barco seguiu em comparação com a de referência. Nela já é possível notar erro bastante significativo de posição, o que é constatado pela figura 72, apresentando um erro máximo de quase 10 cm. Mesmo o sinal de  $\psi$  ficou discrepante ao longo da trajetória, conforme mostra a Figura 71. Como já era esperado, o resultado ficou bem aquém do desejável em virtude do atraso de correção de erros, característica intrínseca a este controlador. Por fim, a figura 73, apresenta os sinais de controle dos três propulsores ao longo do experimento, cujas características são sinais fracos e incapazes de fazer a embarcação acompanhar a trajetória de referência.

Por fim, conclui-se que diferente do resultado obtido na simulação, devido ao fato de existirem as incertezas nos parâmetros nominais da embarcação, não há um desacoplamento perfeito e controlador PD não é o ideal para zerar tais erros.



Figura 71 - Experimento com PD: Gráfico da guinada ao longo do tempo.



Figura 72 - Experimento com PD: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 73 - Experimento com PD: Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.

## 7.3 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo

Como alternativa ao Controlador PD, um experimento com PID foi realizado com os seguintes parâmetros:

$$K_p = 12; \quad K_d = 8; \quad K_i = 2.$$
 (130)

Sabe-se que tal tipo de controlador (em relação ao PD) possui a capacidade de responder de forma mais ágil às mudanças nas variáveis do sistema, ajustando a saída de acordo com o erro detectado; com isso, nota-se na Figura 74 uma certa melhora da trajetória executada pela embarcação em relação àquela apresentada pela Figura 70. O resultado obtido em relação à  $\psi$  pode ser visto na Figura 75 e os erros obtidos no experimentos estão apresentados na Figura 76. Nota-se que após o transitório inicial, o erro máximo foi de 5 cm e o erro de orientação próximo a zero. O sinais de controle são apresentados na Figura 77, onde nota-se sinais mais ativos que o PD anterior e com maiores amplitudes, acarretando, portanto, uma melhor resposta.

Conclui-se que mesmo com um sinal mais ativo, com a capacidade de responder de forma mais ágil e sendo portanto melhor em relação ao PD, as incertezas dos parâmetros nominais também tornam o PID incapaz de levar os erros a zero.



Figura 74 - Experimento com PID: Trajetórias de Referência e a Obtida



Figura 75 - Experimento com PID: Gráfico da guinada ao longo do tempo.



Figura 76 - Experimento com PID: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 77 - Experimento com PID: Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.



Figura 78 - Experimento com $\varrho=0,1\colon$ Trajetórias de Referência e a Obtida.

### 7.4 Controle por Modo Deslizante com $\rho = 0, 1$

Ao longo deste texto, mais especificamente no capítulo 4, foi apresentado e discutido o SMC em sua forma 'clássica', chegando-se à equação (68), onde foram analisadas suas características, vantagens e desvantagens. Nesta seção são apresentados os resultados para um  $\rho = 0.1$ , portanto, constante e de valor baixo. A Figura 78 apresenta um resultado um pouco melhor em relação ao obtido na Figura 74. A Figura 79 complementa este resultado que é corroborado pelos sinais de erros apresentados na Figura 80, cujo erro máximo foi menor que 4 cm, somente na primeira curva, com melhora significativa após a mesma e um erro máximo de orientação também menor que 0,05 rad. Os sinais de controle dos propulsores são apresentados na Figura 81.


Figura 79 - Experimento com $\varrho=0,1\colon$ Gráfico da guinada ao longo do tempo.



Figura 80 - Experimento com $\varrho=0,1\colon$ Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 81 - Experimento com $\varrho=0,1$ : Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.



Figura 82 - Experimento com $\varrho=1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida.

#### 7.5 Controle por Modo Deslizante com $\rho = 1$

Escolhendo um  $\rho$  dez vezes maior ( $\rho = 1$ ) que o utilizado na seção anterior, tem-se o resultado experimental apresentado na Figura 82, que mostra a embarcação percorrendo a trajetória de referência perfeitamente. O sinal de  $\psi$  ao longo do tempo, também foi isento de erros e tal resultado está visível na Figura 84, onde nota-se erros milimétricos em  $x \in y$  e um erro praticamento nulo em  $\psi$ .

Com ( $\varrho = 1$ ) as amplitudes dos sinais de controle aumentaram consideravelmente. Isso pode ser visto nas figura 85 e agora, tais sinais são capazes de majorar tanto as incertezas da planta, quanto as perturbações externas do sistema. Nota-se que até mesmo na primeira curva, que oferece uma maior dificuldade física para embarcação devido ao fato dos propulsores estarem posicionados do lado esquerdo da mesma, a trajetória é percorrida com perfeição. Como desvantagem, devido às maiores amplitudes dos sinais de controle, notou-se nos experimentos o aumento do *chattering*, o que consequentemente acarreta em maior consumo de energia e desgaste físico dos motores e juntas rotativas.

Tal chattering pode ser reduzido consideravelmente com a implementação de algoritmos de controle adaptativo e os resultados serão apresentados a seguir, mas antes, a próxima seção apresentará os resultados encontrados com a implementação do Controle Vetorial Unitário com  $\rho$  constante.



Figura 83 - Experimento com $\varrho=1$ : Gráfico da guinada ao longo do tempo.



Figura 84 - Experimento com $\varrho=1:$ Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 85 - Experimento com  $\rho = 1$ : Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.

### 7.6 Controle Vetorial Unitário com $\rho = 0, 1$

Também foram realizados experimentos substituindo-se a função **sgn** do SMC por  $\sigma/||\sigma||$ , presente na equação (99). Nota-se pela Figura 86 que não houve mudança significativa em relação a (78). A Figura (87) apresenta os sinais de erro para as três variáveis de  $\eta$ , mostrando que o erro máximo de posição é pouco mais que 3 cm durante a primeira curva e o erro de  $\psi$  é praticamente nulo.

A mudança e de certa forma a vantagem de usar o UVC com  $\rho$  constante é apresentado na Figura 88. Nota-se que tal método exigiu muito menos da amplitude do sinal de controle.



Figura 86 - Experimento com UVC <br/>e $\varrho=0,1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 87 - Experimento com UVC <br/>e $\varrho=0,1$ : Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 88 - Experimento com UVC <br/>e $\varrho=0,1$ : Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.



Figura 89 - Experimento com UVC <br/>e $\varrho=1$ : Trajetórias de Referência e a Obtida.

### 7.7 Controle Vetorial Unitário com $\rho = 1$

Na seção anterior foi observado que a única mudança notável pelo uso da **norma** em detrimento da função **sgn** é uma exigência menor do sinal de controle para atingir os mesmos objetivos. Também foi realizado um experimento com  $\rho = 1$  com a finalidade de se comparar com o resultado obtido na Figura 82, tal resultado é apresentado na Figura 89. O sinal de  $\psi$  também não apresenta erros, o que é constatado pela Figura 90. Finalmente, a Figura 91 apresenta os sinais de controle dos três propulsores, onde nota-se que possuem uma amplitude menor que os encontrados na Figura 85.



Figura 90 - Experimento com UVC <br/>e $\varrho=1$ : Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 91 - Experimento com UVC <br/>e $\varrho=1$ : Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.

#### 7.8 Controle Vetorial Unitário Adaptativo

Dos diversos algoritmos de controle apresentados até agora, tanto o SMC quanto o UVC se destacaram, apresentando erros cada vez menores quando se tem um  $\rho$  maior, porém tal aumento exige muito mais dos sinais de controle, aumentando suas amplitudes, o *chattering* e comprometendo por diversas vezes a estrutura física dos propulsores (tanto motor quanto hélice), mesmo quando utiliza-se o UVC, que apresenta sinais mais "suaves". A literatura introduziu métodos de controle com um  $\rho$  que varia de acordo com a demanda do sistema e entre eles, como já visto no Capítulo 5, essa dissertação optou pelo método usado por Oliveira, Cunha e Hsu (2016). Será apresentado um algoritmo de controle adaptativo que utilizado controle vetorial unitário e portanto um único  $\rho$  para os três propulsores.

Da lei de controle apresentada em 5.1.3 e com o uso do UVC apresentado em 5.2, os seguintes parâmetros foram utilizados:

$$c_f = 3; \quad \gamma_f = 2; \quad \tau = 0, 1 \text{ s}; \quad \delta = 0, 05.$$
 (131)

Assim como nos experimentos anteriores, a velocidade desejada da trajetória de referência desse primeiro experimento é  $u_d = 0, 1 \text{ m/s}$ . O primeiro resultado é apresentado na Figura 92. Nesse experimento o resultado obtido foi bem satisfatório, visto que mesmo com  $\delta$  pequeno(fator de incremento da adaptação), a trajetória executada foi praticamente a mesma da de referência, assim como o sinal de  $\psi$ . Os gráficos dos sinais de erro são apresentados na Figura 93 e são menores que os obtidos em resultados anteriores. Os sinais de controle podem ser vistos na Figura 94, não estão saturados e as amplitudes são menores inclusive que as obtidas com o CVU de  $\rho = 1$  na Seção 7.7. A desvantagem deste método, que também será comentada na seção seguinte, é o fato do  $\rho$  ser único para os três propulsores(conforme apresentado na Figura 95) e quando um desses sinais de controle demanda um aumento do  $\rho$ , tal sinal é aumentado para todos, não tendo pois uma adaptação independente. Ao menos pela figura nota-se um  $\rho < 0, 8$  e consequentemente menor que 1, utilizado na seção anterior, para atingir praticamente o mesmo objetivo, mas ainda alto, pois é muito exigido pelos propulsores 2 e 3.

Após a realização do primeiro experimento, utilizando os mesmo parâmetros de (131), foi realizado um experimento dobrando a velocidade de referência,  $u_d = 0, 2 \text{ m/s}$ , com a finalidade de se analisar o comportamento da adaptação do sistema e a variação do  $\rho$ . O resultado da trajetória percorrida é apresentado na Figura 96. Nota-se pela Figura 97 que somente para o dobro da velocidade, o  $\rho$  atingiu um pico 10 (dez) vezes maior que o do experimento anterior e mesmo assim, o erro máximo obtido, como mostrados na Figura 98 foi de 2 cm, ainda razoável considerando que a velocidade exigida foi dobrada. Os sinais de controle apresentados na Figura 99, chegaram à saturação no momento em que o  $\rho$ 



Figura 92 - Experimento com UVC Adaptativo e $u_d=0,1(m/s):$ Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 93 - Experimento com UVC Adaptativo e $u_d=0,1(m/s):$ Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 94 - Experimento com UVC Adaptativo <br/>e $u_d=0,1~({\rm m/s}):$ Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.



Figura 95 - Experimento com UVC Adaptativo <br/>e $u_d=0,1~({\rm m/s}):$ Gráfico de $\varrho$ ao longo do tempo.



Figura 96 - Experimento com UVC Adaptativo <br/>e $u_d=0,2({\rm m/s}):$ Trajetórias de Referência e a Obtida.

atinge seu pico máximo, em 8 segundos. Ainda observando a Figura 97, observa-se o crescimento de um  $\rho$  que pode ficar ainda mais rápido com a variação de alguns parâmetros, como o aumento do  $\delta$ , e de  $c_f - \gamma_f$ .



Figura 97 - Experimento com UVC Adaptativo <br/>e $u_d=0,2(m/s):$ Gráfico de $\varrho$ ao longo do tempo.



Figura 98 - Experimento com UVC Adaptativo e $u_d=0, 2(m/s):$ Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 99 - Experimento com UVC Adaptativo <br/>e $u_d=0,2(m/s)\colon$ Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.

#### 7.9 Controle por Modo Deslizante Adaptativo Multivariável

Apesar do bom desempenho alcançado nos experimentos apresentados na seção anterior, como desvantagem foram obtidos sinais de controle em função de um único  $\varrho$ , que quando exigidos em determinadas situações(como um experimento que demanda uma velocidade mais alta), chegam em conjunto à saturação. Dessa forma, baseado na Figura 16, foi realizado um experimento com o uso de um  $\varrho$  para cada propulsor, com os mesmos parâmetros usados em (131) e com  $u_d = 0, 1 \text{ m/s}$ , chegando-se ao resultado apresentado na Figura 100.

Não é possível notar uma mudança significativa de desempenho em relação ao obtido anteriormente, porém os  $\varrho_1, \varrho_2 \in \varrho_3$  apresentados na Figura 101, atingem os picos de máximo em diferentes instantes de tempo, de acordo com a demanda individual de cada propulsor, seja para fazer uma curva à esquerda, percorrer uma reta ou uma curva à direita e ademais, com todos esses picos possuindo valores inferiores aos obtidos na Figura 95. Desta forma, os sinais de controle apresentados na Figura 103 são independentes entre si, mas associados cada qual ao seu  $\varrho$ , formando então controles que se adaptam de acordo com o que cada propulsor precisa. Os sinais de erro obtidos para  $x \in y$ , foram menores que 1 cm e o erro de  $\psi$  foi praticamente nulo ao longo do tempo. Todos esses sinais podem ser vistos na Figura 102.

Pode-se concluir portanto, que esta estratégia de controle sobressai-se sobre as demais. Além dos erros obtidos serem equiparáveis aos do Controle Vetorial Unitário, a variação dos  $\rho$  se dá de forma independente, permitindo ajustes de parâmetros únicos para cada propulsor. Com isso os sinais de controle não estão relacionados entre si, e são exigidos sob demanda, tornando-os mais difíceis de chegar à saturação



Figura 100 - Experimento com SMC Adaptativo Multivariável: Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 101 - Experimento com SMC Adaptativo Multivariável: Gráfico de $\varrho$ ao longo do tempo



Figura 102 - Experimento com SMC Adaptativo Multivariável: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo



Figura 103 - Experimento com SMC Adaptativo Multivariável:Gráficos dos sinais de controle ao longo do tempo.

## 7.10 Resultados Experimentais com Perturbações

Todos os experimentos comentados até agora não contaram com a presença de perturbação. Apesar dos bons desempenhos alcançados pelo Controle Vetorial Unitário e pelo Controle Multivariável, tais estratégias não são capazes de estimar perturbações e como visto anteriormente, não é possível utilizar os modelos de perturbações ambientais existentes numa aplicação em laboratório.

Mahini F. ; DiWilliams e Burke K. ; Ashrafiuon (2013) utilizaram ventiladores e geradores de ondas e correnteza, aplicando um método de dimensionamento com redução de escala e considerando que o protótipo de sua embarcação equivalia a 1/26 de uma embarcação real. Já o peso da bateria utilizada foi reduzido a 1/20. O autor também sugeriu modelos(não utilizados nesta dissertação) para redução de escala das perturbações, com a finalidade de compará-las com as ambientais.

Esse texto apresentou na Seção 5.4 uma maneira de estimar as perturbações criadas em laboratório e inclusive usá-las como entrada de um algoritmo de controle. Tal estratégia será usada nas seções a seguir.

A metodologia aplicada na primeira seção, foi usar um ventilador e uma bomba d'água para simular uma cachoeira, simulando em conjunto portanto, vento e correnteza, conforme demonstrado na Figura 104.

Com a finalidade de também se reproduzir ondas, a Seção 7.10.2 apresenta um experimento com a formação de ondas após uso de força na parte inferior da lona da piscina.

Todos os experimentos foram primeiramente realizados com método do SMC adaptativo baseado na perturbação, com a finalidade de ser possível estimar os distúrbios, para então serem comparados com outro método.



Figura 104 - Fotografia do experimento com perturbação, onde se vê o esguicho de uma bomba d'água e um ventilador para gerar distúrbios.

O primeiro experimento consiste em simular correnteza e vento através do uso de um ventilador e de uma bomba d'água, conforme apresentado na figura anterior. Antes de serem acionados e utilizando o algoritmo SMC baseado na estimativa da perturbação da seção 5.4, um  $\hat{d}$  foi estimado e está apresentado na Figura 105. Os parâmetros utilizados foram:

$$c_f = 1, 2; \quad \gamma_f = 0, 5; \quad \tau = 0, 1; \quad \delta = 0, 1; \quad \varrho_1(0) = 10; \quad \varrho_2(0) = 10; \quad \varrho_3(0) = 10.$$
 (132)

Visando observar o efeito destas fontes atuando em conjunto após acionamento do ventilador e da bomba d'água, o barco foi desligado e posicionado no ponto [-0, 5, 0, 65] m, deslocando-se conforme a Figura 106. Do ponto inicial até esbarrar na piscina pela primeira vez, a embarcação descreve uma trajetória praticamente reta durante 6 segundos, portanto as componentes da velocidade do barco, quando desligado e sob a influência da perturbação são  $u_p = 0, 1 \text{ m/s}$  e  $v_p = -0, 15 \text{ m/s}$ .

A Figura 107 representa os distúrbios percebidos pela embarcação ao percorrer a trajetória. Nota-se o aumento considerável da perturbação, principalmente a partir da metade do experimento, ao deslocar-se mais próxima às fontes de distúrbios. Utilizando tal distúrbio como entrada do algoritmo de controle SMC baseado na estimativa da perturbação, obtém-se o resultado apresentado na Figura 108. Os sinais de erro, cujo máximo é menor que 1 cm, são apresentados na Figura 109.

Quando exposto à esta perturbação, porém sob uso de um controlador PD, o barco obteve o desempenho apresentado na Figura 110, com erros que chegaram a 6 cm, conforme apresentado na Figura 111.

Portanto, o uso de SMC adaptativo baseado na estimativa da perturbação, conseguiu ser útil não somente para realizar a estimativa de distúrbios, mas também para ser usado como um eficiente algoritmo de controle

 $( \rightarrow \rightarrow )$ 



Figura 105 - Estimativa da Perturbação antes de serem acionadas no Experimento.



Figura 106 - Deslocamento do barco desligado sob efeito de vento e correnteza.



Figura 107 - Estimativa da Perturbação quando acionadas durante o Experimento.



Figura 108 - Experimento com SMC baseado na Perturbação e presença Perturbação: Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 109 - Experimento com SMC baseado na Perturbação e presença Perturbação: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 110 - Experimento com PD e Perturbação: Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 111 - Experimento com PD e Perturbação:Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 112 - Perturbação Estimada de um Experimento sem Perturbação

### 7.10.2 Ondas

Também foram realizados experimentos com a geração de ondas aleatórias na piscina. Em todos os experimentos, elas só começaram a ser geradas após o barco mostrar-se estável na primeira reta, entre 2 e 3 segundos. A Figura 112 utilizou o SMC Adaptativo baseado na estimativa da perturbação para estimar mais uma vez estas perturbações num experimento sem a presença de distúrbios, com a finalidade de ser a base comparativa para experimentos onde a mesma se fez presente.

Nota-se que cada elemento do vetor **d** tem módulo inferior a 1 na maior parte do tempo, chegando bem próximo a zero a partir de 15 segundos. Com a presença de ondas geradas na piscina, tal vetor possui suas componentes apresentadas na Figura 113. Já é possível notar a formação de um padrão senoidal, com amplitudes próximas a 2 em  $\mathbf{d}(1)$  e a 4 em  $\mathbf{d}(2)$ . Nota-se um período de 0, 8 segundos.

A trajetória executada pela embarcação com o SMC adaptativo baseado na estimativa da perturbação com os parâmetros de (132) está mostrada na Figura 114.

Os valores dos  $\rho$  iniciais foram escolhidos diferentes de zero na intenção da embarcação vencer os erros inciais e adaptar-se mais rapidamente à execução da trajetória de referência. O erro máximo obtido foi de 2 cm na primeira curva, mas manteve-se próximo a zero ao longo do tempo, já o erro em  $\psi$  ficou em média abaixo de 0, 03/rad. Para vencer as perturbações os sinais de controle trabalharam bem próximo à saturação.



Figura 113 - Perturbação Estimada de um Experimento com Perturbação



Figura 114 - Experimento com SMC Adaptativo baseado na Perturbação: Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 115 - Experimento com SMC Adaptativo baseado na Perturbação: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.

Foi realizado também outro experimento com ondas utilizando um controlador PD com os mesmos parâmetros de (129), cujo resultado obtido está representado pela Figura 116. Nota-se a partir da Figura 117 que embora o erro em  $\psi$  não tenha sido maior que o do experimento sem perturbação, os erros obtidos ao longo do tempo para  $x \in y$ foram e atingiram um valor máximo de 5 cm.

Resultado tão ruim quanto o do uso do controlador PD foi obtido com o uso de um PID com os mesmos parâmetros usados em (130) e estão apresentados nas Figuras 118 e 119, também com erros máximos próximos a 5 cm.

Os experimentos comprovaram portanto duas aplicações para o uso do algorítimo SMC Adaptativo baseado na Estimativa da Perturbação: a importância dele para estimar os distúrbios ao qual o sistema está exposto e sua eficiência frente aos outros algoritmos para manter os erros próximos a zero.



Figura 116 - Experimento com PD e Perturbação: Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 117 - Experimento com PD e Perturbação: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.



Figura 118 - Experimento com PID e Perturbação: Trajetórias de Referência e a Obtida.



Figura 119 - Experimento com PID e Perturbaçãoo: Gráficos dos sinais de erro ao longo do tempo.

# CONCLUSÃO

Como etapa preliminar, foram estudados a modelagem de embarcações e o rastreamento de trajetórias, necessários para atingir os objetivos desta Dissertação.

A linearização por realimentação mostrou-se eficiente ao transformar uma dinâmica não-linear em uma dinâmica linear para facilitar o desenvolvimento do sistema de controle. Foi apresentada uma teoria básica de Controle por Modo Deslizante que serviu como base para o capítulo de Controle por Modo Deslizante Adaptativo.

Por mais que alguns trabalhos já tivessem abordado o algoritmo proposto por Oliveira, Cunha e Hsu (2016), este foi pioneiro em comparar suas variações com o uso do Controle Vetorial Unitário (UVC) e Controle Multivariável, propondo também um controle capaz de estimar perturbações e usá-las como entrada do algoritmo de controle, sendo denominado de Controle baseado na Perturbação Estimada. A inclusão do UVC acrescentou como vantagem sinais de controle mais suaves e diminuição do *chattering*. O Controle Multivariável permitiu que, com o uso de diferentes parâmetros para grau de liberdade, as funções de modulação ( $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ ) variassem de forma independente, o que permite diminuir a amplitude dos sinais de controle que não estão sendo tão exigidos. Finalmente, foi proposta uma abordagem de controle não somente capaz de estimar as pertubações presentes no sistema, mas também usá-la como entrada para uma função de modulação adaptativa capaz de majorar tal perturbação.

Durante as simulações, com a aplicação de algoritmos de controle PD e PID e o uso dos parâmetros estimados do barco iguais aos utilizados no projeto da embarcação (matriz de arraste, Coriolis-centrípeta e de inércia), foi possível obter um desacoplamento perfeito, com um controle isento de erros na ausência de perturbações. Entretanto, na presença de perturbações, as simulações destes controladores apresentaram erros significativos.

As simulações também mostraram que o uso de um controle por modo deslizante com amplitude ( $\varrho$ ) constante pode ser eficiente para uma certa gama de aplicações, mas deixa a desejar principalmente na presença de distúrbios, que quando maiores, demandam uma mudança de parâmetros que um SMC não-adaptativo é incapaz de realizar. As simulações com o uso do SMC adaptativo e sua variação com o UVC, atingiram o mesmo objetivo e chegaram a erros praticamente nulos; a diferença entre elas foi a "suavização" do sinal de controle atingida pelo uso do vetor unitário ( $\sigma/||\sigma||$ ) em detrimento da função sinal ( $\mathbf{sgn}(\sigma)$ ). Enfim, foi realizada uma simulação com o uso do Controle Multivariável, cuja possibilidade de se variar parâmetros relacionados a cada  $\varrho_i$  de forma independente mostrou-se uma ferramenta poderosa, tornando tal método superior aos demais.

Os resultados experimentais comprovaram as vantagens e desvantagens em cada um dos métodos. Devido às incertezas dos parâmetros da embarcação, o controle PD e PID mostraram-se ineficientes, mesmo na ausência de distúrbios, com o PID ainda sendo superior em relação ao PD. Quando utilizou-se o SMC com  $\rho$  fixo, notou-se sua eficácia, porém foi comprovado que o mesmo é energeticamente ineficiente em virtude do aumento do sinal de controle, aumentando o *chattering*. Tal desvantagem foi atenuada com o uso do UVC, que mesmo em aplicações com  $\rho$  fixo é capaz de dimunuir a amplitude do sinal de controle. O controle Multivariável mais uma vez sobressaiu-se sobre os demais, constatando que a variação dos parâmetros faz com que os propulsores adaptem-se independentemente, exigindo menos dos sinais de controle.

O controle capaz de estimar e superar perturbações mostrou-se efetivo com a inclusão das mesmas no experimento. Mesmo na presença de ondas, ventos e correntezas, foi possível obter erros praticamente nulos, tornando tal método superior aos demais.

Os trabalhos na área de controle de embarcações são limitados e quando se busca resultados experimentais menos ainda podem ser encontrados. Pode-se destacar o trabalho com experimentos de Mahini F. ; DiWilliams e Burke K. ; Ashrafiuon (2013), porém nos últimos anos os poucos trabalhos publicados embasaram-se em teoria e simulação. Baseando-se nos trabalhos anteriores de Melo (2017), Rosario (2017a) e Barbas (2021), esta dissertação pôde aplicar a conclusão do primeiro, que o método proposto por Oliveira, Cunha e Hsu (2016) é efetivo e de fácil implementação, em experimentos práticos sem perturbações, como fez o segundo e acrescentando perturbações, como fez o terceiro, mas se restringiu aos resultados simulados.

Os resultados aqui obtidos ainda estão longe de serem aplicados aos navios de grande porte usados como motivação na introdução deste trabalho, devido ao fato dos propulsores deste tipo de embarcação terem características dinâmicas bem diferentes. Ainda assim, os resultados experimentais foram relevantes pois aproximam-se de aplicações com *USV*, por exemplo, abrindo um leque de oportunidades para trabalhos futuros.

## Propostas de Trabalhos Futuros

Como continuidade deste trabalho, sugere-se:

- Avaliação de desempenho com perturbações similares às ambientais quantificadas, para permitir sua reprodutibilidade, conforme as realizadas por Mahini F.; DiWilliams e Burke K.; Ashrafiuon (2013).
- Realizar aplicações dos algoritmos numa embarcação de dimensões realistas numa lagoa ou no mar, cuja escala acarretará no aparecimento de outros problemas aqui ignorados.
- Usar um planejamento de trajetórias ponto a ponto por meio de polinômios de quinta ordem a fim de evitar a perturbação gerada pela aceleração centrípeta em virtude do salto de velocidade, o que pode ocorrer nas transições entre curvas e retas.

- Trabalhar com modelos cuja velocidade seja superior a 2 m/s pois dessa forma será necessário incluir o termo não-linear da matriz de arraste.
- Avaliar a aplicação dos sensores inerciais em substituição ao uso do sistema de captura de movimento baseado em câmeras.

## REFERÊNCIAS

AMARAL, G. S. Sistema de Posicionamento Dinâmico para um Pequeno Veículo Flutuante. Rio de Janeiro, 2008. Disponível em http://www.lee.uerj.br/~jpaulo/trabalhos-orientados.html.

BARBAS, V. M. Controle por Modo Deslizante Adaptativo Aplicado ao Rastreamento de Trajetórias para uma Embarcação Sujeita a Perturbações Ambientais. Rio de Janeiro, 2021. Disponível em http://www.lee.uerj.br/jpaulo/PG/2021/MSc-DP-UVC-Adaptativo-2021.pdf.

BARTOLINI G.; LEVANT, A.; PLESTAN F.; TALEB, M.; PUNTA, E. Adaptation of sliding modes. v. 30, n. 3, p. 285–300, September 2013.

BARTOSZEWICZ, A. A new technique to compensate for disturbance in sliding mode control systems. v. 3, p. 1708–1711, 1998.

CLELLAND, J. N.; MOSELEY, C. G.; WILKENS, G. R. Geometry of optimal control for control-affine systems. *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications*, abr. 2013. ISSN 1815-0659.

CRAIG, J. J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control. 3. ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall, 2005.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Sistemas de Controle Modernos. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

EDWARDS, C.; SPURGEON, S. K. *Sliding Mode Control: Theory and Applications*. London: Taylor & Francis Ltd., 1998.

EDWARDS, C. K.; SHTESSEL, Y. B. Adaptive continuous higher order sliding mode control. v. 65, p. 183–190, March 2016.

FALTINSEN, O. M.; SORTLAND, B. Slow drift eddy making damping of a ship. v. 9, n. 1, p. 37–46, 1987.

FILIPPOV, A. F. Differential equations with discontinuous right-hand side. v. 42, n. 2, p. 199–231, 1964.

FOSSEN, T. I. Guidance and Control of Ocean Vehicles. Nova Jersey: Wiley, 1994.

FOSSEN, T. I. Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs, and Underwater Vehicles. Trondheim, Norway: Marine Cybernetics, 2002.

FOSSEN, T. I. Handbook of Marine Craft HydroDynamics and Motion Control. Nova Jersey: Wiley, 2011.

GOLNARAGUI, F.; KUO, B. C. Sistemas de Controle Automático. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

HSU, L. et al. Dynamic positioning of remotely operated underwater vehicles. *IEEE Robotics & Automation Mag.*, v. 7, n. 3, p. 21–31, 2000.

HSU, L.; CUNHA; COSTA R. R. ; LIZARRALDE, F. J. P. V. S. . Multivariable output-feedback sliding mode control. Berlin: Springer-Verlag, n. 9, p. 283–313, 2002.

HSU, L. et al. Adaptive unit vector control of multivariable systems using monitoring functions. p. 583–600, 2019.

HUANG, Y. J.; KUO, T. C.; CHANG, S. H. Adaptive sliding-mode control for nonlinearystems with uncertain parameters. IEEE, v. 38, n. 2, p. 534–539, 2008.

ISHERWOOD, R. M. Wind resistance of merchant ships. v. 115, n. 1, p. 327–338, 1972.

ITKIS, U. Control Systems of Variable Structure. New York: Wiley, 1976.

KHALIL, H. K. Nonlinear Systems. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

LIMA, P. P. P. Rastreamento de Alvos Móveis Utilizando Servovisão Robusta. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, CEFET-RJ. Rio de Janeiro, 2016.

MAHINI F. ; DIWILLIAMS, L.; BURKE K. ; ASHRAFIUON, H. An experimental setup for autonomous operation of surface vessels in rough seas. *Robotica*, Cambridge University Press, v. 31, p. 703–715, 2013.

MELO, G. T. d. Controle por modo deslizante adaptativo para perturbações com limitantes desconhecidos. Rio de Janeiro, 2017.

MURRAY, R. M.; LI, Z. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. California: CRC Press, 1994.

OLIVEIRA, T. R.; CUNHA, J. P. V. S.; HSU, L. Adaptive sliding mode control for disturbances with unknown bounds. Nanjing, Jiangsu, China, n. 9, p. 59–64, 2016.

PLESTAN, F. et al. New methodologies for adaptive sliding mode control. 2010. 1907–1919 p.

ROSARIO, R. V. C. Controle a Estrutura Variável de um Barco Empurrando uma Carga Flutuante Subatuada. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, UERJ, Rio de Janeiro, 2017.

ROSARIO, R. V. C. Variable structure control of a boat pushing an underactuated floating load. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, State University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. (in Portuguese).

SICILIANO, B. et al. *Robotics Modelling, Planning and Control.* London: Springer, 2010.

SLOTINE, J.-J.; LI, W. Applied Nonlinear Control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.

SNAME. Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York, USA, 1950.

SOKAL, G. J. Posicionamento dinâmico utilizando controle a estrutura variável e servovisão. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, UERJ, Rio de Janeiro, julho 2010.

STEINBRUCH, A. Geometria Analítica. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

UTKIN, V. I. Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems. Moscow: MIR Publishers, 1978.

UTKIN, V. I. Chattering problem. *The International Federation of Automatic Control*, n. 18, p. 13374–13379, 2011.

UTKIN, V. I.; POZNYAK, A. S. Adaptive sliding mode control with application to super-twist algorithm: equivalent control method. v. 49, n. 1, p. 39–47, January 2013.

YOUNG, K. D.; UTKIN, V. I.; ÖZGÜNER, U. A control engineer's guide to sliding mode control. *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.*, v. 7, n. 3, p. 328–342, 1999.

ZACHI A. R. L.; LIMA, P. P. P.; RIVEROS S. R. D.; GOUVEA, J. A.; LEITE, A. C. Visual servoing stabilization of a ball and plate mechanism by using an enhanced disturbance rejection control method. *ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, n. 24, 2017.
## A PERTURBAÇÕES AMBIENTAIS

Este apêndice usa como referência (FOSSEN, 2011, Capítulo 8), que apresenta as perturbações ambientais, representadas nesta dissertação pelo vetor w e que nada mais é do que a resultante das forças de ventos e ondas, que somadas superpõem-se à dinâmica da embarcação. Quanto às correntezas, suas contribuições demandariam a reescrita das equações das forças hidrodinâmicas, modificando portanto a equação (1). Cada uma destas perturbações serão apresentadas individualmente.

## A.1 Ventos

Pode-se definir vento como o movimento relativo do ar na superfície da Terra. A Figura 120 representa um modelo de uma embarcação sujeita à presença de ventos, cuja velocidade é representada por  $V_w$  e o ângulo de ataque  $\gamma_w$  pode ser descrito da seguinte forma:

$$\gamma_w = \psi - \beta_w - \pi \ . \tag{133}$$

As forças generalizadas (e momento) do vento formam o seguinte vetor:

$$w_{vento} = \begin{bmatrix} X_{vento} \\ Y_{vento} \\ N_{vento} \end{bmatrix};$$
(134)

onde:

 $X_{vento}$  é a força exercida pelo vento na embarcação no eixo x;

 $Y_{vento}$  é a força exercida pelo vento na embarcação no eixo y;

 $N_{vento}$  é o momento exercido pela força do vento na embarcação no eixo z.

O vento possui uma componente média, que varia conforme a altura, adicionada a uma componente flutuante (gust), que é praticamente constante. Para calcular a resistência do vento na embarcação, (FOSSEN,2011) apresenta o seguinte modelo (ISHERWOOD, 1972):

$$X_{vento} = \frac{1}{2} C_X(\gamma_r) \,\rho_a \, V_r^2 \, A_T; \tag{135}$$



Figura 120 - Velocidade do vento  $V_w$ , direção do vento  $\beta_w$ e ângulo de ataque  $\gamma_w$ , relativo à proa (FOSSEN,2011).

$$Y_{vento} = \frac{1}{2} C_Y(\gamma_r) \,\rho_a \, V_r^2 \, A_L; \tag{136}$$

$$N_{vento} = \frac{1}{2} C_N(\gamma_r) \,\rho_a \, V_r^2 \, A_L \, L; \tag{137}$$

onde:

 $C_X \in C_Y$  são coeficientes de força;  $C_N$  é o coeficiente de momento;  $\rho_a$  é a densidade do ar;  $A_T$  é a área projetada transversal;  $A_L$  é a área projetada lateral; L é o comprimento da embarcação;  $V_r$  é a velocidade relativa do vento em relação à embarcação .

Note que se a embarcação encontra-se parada,  $V_r$  é a própria velocidade do vento  $V_w$ . Caso esteja em movimento, a velocidade relativa é calculada da seguinte forma:

$$V_{rw} = \sqrt{u_{rw}^2 + v_{rw}^2};$$
(138)

$$\gamma_{rw} = -\operatorname{atan2}(v_{rw}, u_{rw}); \tag{139}$$

onde as velocidades relativas são:

$$u_r = u - u_w; (140)$$

$$v_r = v - v_w;$$

com:

$$u_w = V_w \cos(\beta_w - \psi);$$
  

$$v_w = V_w \sin(\beta_w - \psi).$$
(141)

Tabela 5: Densidade do Ar de acordo com a Temperatura.

$^{\circ}C$	Densidade do ar $\rho_a(kg/m^3)$
-10	1,342
-5	1,317
0	1,292
5	1,269
10	1,247
15	1,225
20	1,204
25	1,184
30	1,165

A densidade do ar varia de acordo com a temperatura ambiente e possui valores dados pela Tabela 5. Para navios simétricos com respeito aos planos xz e yz os coeficientes de força e momento do vento para o plano horizontal podem ser aproximados por:

$$C_X(\gamma_w) \approx -c_x \cos(\gamma_w); \quad C_Y(\gamma_w) \approx -c_y \sin(\gamma_w); \quad C_N(\gamma_w) \approx -c_n \sin(2\gamma_w).$$
 (142)

Experimentos indicam que  $c_x \in \{0, 50; 0, 90\}, c_y \in \{0, 70; 0, 95\} e c_y \in \{0, 05; 0, 20\}.$ 

## A.2 Ondas

O processo de surgimento de uma onda devido aos ventos inicia-se com o aparecimento de pequenas ondas na superfície da água, o que acarreta no aumento da força de arraste e faz com que tais pequenas ondas possam crescer ao ponto de quebrarem e sua energia ser dissipada. Pode-se observar tal fenômeno em *mares em desenvolvimento*, ou tempestades. Elas iniciam com alta frequência , possuindo seu pico dentro desta banda e quando duram um tempo considerável, criam o chamado *mar completamente desenvolvido*, formando o *swell*, após a parada dos ventos e um espectro de ondas de baixa-frequências.

Se um *swell* proveniente de uma tempestade encontra-se com outro proveniente de outra, pode-se observar um espectro com dois picos de frequência. As forças induzidas por ondas ainda podem ser separadas pelos efeitos de **primeira-ordem**, que possuem movimentos oscilatórios cuja média é zero e **segunda-ordem**, cujas variação podem ser observadas, sendo estas bem lentas e não-nulas. Com isso pode-se utilizar um modelo linear de espaço de estados:

$$\tau_{onda} = \tau_{onda1} + \tau_{onda2},\tag{143}$$

que nada mais é do que a soma dessas forças e momentos presentes nesses efeitos de primeira e segunda ordem. Pode-se calcular os momentos dos espectros da onda  $m_k$  de acordo com os seu espectro S(w) da seguinte forma:

$$m_k := \int_0^\infty w^k S(w) dw, \quad (k = 0, ..., N),$$
(144)

quando k=0:

$$m_0 := \int_0^\infty S(w) dw. \tag{145}$$

A elevação instantânea da onda é a Gaussiana distribuída com média zero e a seguinte variância:

$$\sigma^2 = m_0,\tag{146}$$

sendo o valor de  $\sigma$  dado em RMS, pois é um valor eficaz, utilizado como medida estatística da magnitude de uma quantidade variável. A *frequência modal* (de pico)  $w_0$  pode ser encontrada da seguinte forma:

$$\left(\frac{dS(w)}{dw}\right) = 0, \quad para \ w = w_0, \tag{147}$$



Figura 121 - Força Induzida da onda como produto de duas funções de transferência. Adaptada de (FOSSEN, 2011).

e consequentemente o período modal:

$$T_0 = \frac{2\pi}{w_0}.\tag{148}$$

O valor máximo do espectro é portanto:

$$S_{max} = S(w_0). \tag{149}$$

Pode ser demonstrado que a altura da onda satisfaz:

$$H_s = 4\sigma = 4\sqrt{m_0}.\tag{150}$$

O período médio da onda:

$$T_1 := 2\pi \frac{m_0}{m_1}; \tag{151}$$

$$T_z := 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}};\tag{152}$$

A Figura 121 representa um modelo de como as forças induzidas podem ser calculadas a partir de um *software* hidrodinâmico que utiliza as tabelas de *Response Amplitude Operator*. Há diferentes modelos que podem usados para o cáculo de S(w) e um dos mais adotados é o **JONSWAP**, *Joint North Sea Wave Project*, desenvolvido entre 1968 e 1969 no Mar do Norte e adotado como padrão em 1984 pela ITTC (*International Towing Tank Conference*. Ele o descreve da seguinte forma:

$$S(w) = 155 \frac{H_s^2}{T_1^4} w^{-5} \exp\left(\frac{-944}{T_1^4} w^{-4}\right) \gamma^Y;$$
(153)

148

(Hasselman et al 1973) sugere que :

$$Y = exp\left[-\left(\frac{0,191 w T_1 - 1}{\sqrt{2} \sigma}\right)^2\right],\tag{154}$$

e:

$$\sigma = \begin{cases} 0,07 \ para \ w \le 5,24/T_1 \\ 0,09 \ para \ w > 5,24/T_1 \end{cases}$$
(155)

Ainda é possível utilizar uma aproximação linear de forma que:

$$\tau_{onda} \approx KH_s(s)w(s),\tag{156}$$

com  $H_s(s) = diag \{h^1(s), h^2(s), h^3(s)\}$ , para os três graus de liberdade. Sendo h(s) um sistema aproximado de segunda ordem:

$$h(s) = \frac{K_w s}{s^2 + 2\lambda w_0 s + w_0^2} .$$
(157)

Por conveniência, a constante de ganho pode ser definida da seguinte maneira:

$$K_w = 2\,\lambda\,w_0\,\sigma,\tag{158}$$

um  $w_0 = 0.8 \ rad/s$  é o valor usado para uma onda típica. Demais valores podem ser calculados de acordo com alturas das ondas encontradas na Tabela 6.

Código do estado do mar	Estado do mar	Altura Significativa da onda
0	Calmo (vítreo)	0
1	Calmo (ondulado)	0 - 0,1
2	Suave (ondas leves)	0,1 - 0,5
3	Leve	0,5 - 1,25
4	Moderado	1,25 - 2,5
5	Bravo	2,5 - 4
6	Muito Bravo	4,0 - 6,0
7	Alto	6,0 - 9,0
8	Muito Alto	9,0 - 14,0
9	Fenômeno	acima de 14,0

Tabela 6: Estados do Mar.

## A.3 Correntes Oceânicas

As correntes oceânicas são sistemas de circulação de águas verticais e horizontais produzidas pela gravidade, fricção do vento e variação da densidade da água em diferentes partes do oceano. Ademais, ainda há as correntes geradas por vento e a troca de calor na superfície da água, que juntas às mudanças de salinidade, desenvolvem uma componente de corrente marítima adicional, usualmente denominada de corrente *termohaline*.

Os oceanos ainda são convenientes divididos em uma esfera de água fria e outra de água quente. Devido à rotação da terra, a força de Coriolis atua para mudar a direção das principais correntes para Leste, no hemisfério Norte, e para Oeste, no hemisfério Sul. Por fim, as principais correntes oceânicas contêm um termo devido à interação planetária com a gravidade. Em regiões costeiras e fiordes, encontram-se as componentes mais velozes com velocidade entre 2 e 3 m/s. Para incluir todas a perturbações ambientais , inclusive as correntes oceânicas, basta modificar a equação (1) da seguinte forma:

$$M_{RB} \dot{\nu} + C_{RB}(\nu) \nu + g(\eta) + g_0 + M_A \dot{\nu}_r + C_A(\nu_r) \nu_r + D(\nu_r)\nu_r = \tau_{vento} + \tau_{onda} + \tau, \quad (159)$$

 $M_{RB} \dot{\nu} + C_{RB}(\nu) \nu$  são os termos do corpo rígido;  $g(\eta) + g_0$  são so termos hidrostáticos;  $M_A \dot{\nu}_r + C_A$  sãos os termos hidrodinâmicos.

O vetor  $\nu_r = \nu - \nu_c$  representa as velocidades relativas e assume-se que sua variação é praticamente nula ( $\dot{\nu} \approx 0$ ).

Para realização de simulações e experimentos somente no plano horizontal, que é o caso de testes realizados numa piscina, a equação para o cálculo da velocidade da correnteza  $V_c$  se torna:

$$V_c = \sqrt{(u_c^b)^2 + (v_c^b)^2},\tag{160}$$

na qual:

$$u_c^b = V_c \, \cos(\beta_c); \tag{161}$$

$$v_c^b = V_c \operatorname{sen}(\beta_c); \tag{162}$$

em que  $u_c^b$  é a velocidade da correnteza no eixo x do sistema de coordenadas do barco;  $v_c^b$  é a velocidade da correnteza no eixo y do sistema de coordenadas do barco.