# MINISTÉRIO DA DEFESA EXÉRCITO BRASILEIRO DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE DEFESA

VINÍCIUS ASSUNÇÃO SILVA

INVESTIGAÇÃO COMPUTACIONAL DA RELAÇÃO ENTRE O ÂNGULO DE GUINADA TOTAL E O LIMITE BALÍSTICO PARA PROJÉTEIS EM PLACAS DE AÇO: INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA E MATERIAL DO PROJÉTIL

> RIO DE JANEIRO 2025

## VINÍCIUS ASSUNÇÃO SILVA

## INVESTIGAÇÃO COMPUTACIONAL DA RELAÇÃO ENTRE O ÂNGULO DE GUINADA TOTAL E O LIMITE BALÍSTICO PARA PROJÉTEIS EM PLACAS DE AÇO: INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA E MATERIAL DO PROJÉTIL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Defesa do Instituto Militar de Engenharia no âmbito da Linha de Pesquisa de Mecatrônica, Matéria Condensada e Sistemas de Armas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Defesa.

Orientadores: Prof. Jakler Nichele Nunes, D.Sc. Prof. Fernando Cunha Peixoto, D.Sc.

Rio de Janeiro 2025 ©2025 INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha Rio de Janeiro – RJ CEP 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento. É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que seja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e dos orientadores.

Silva, Vinícius Assunção.

Investigação computacional da relação entre o ângulo de guinada total e o limite balístico para projéteis em placas de aço: influência da geometria e material do projétil / Vinícius Assunção Silva – Rio de Janeiro 2025 79 f.

Orientadores: Jakler Nichele Nunes e Fernando Cunha Peixoto

Dissertação de Mestrado – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia de Defesa, 2025.

impacto balístico 2. limite balístico 3. ângulo de guinada 4. simulação numérica
 elementos finitos

i. Nunes, Jakler Nichele (orient.) ii. Peixoto, Fernando Cunha (orient.) iii. Investigação computacional da relação entre o ângulo de guinada total e o limite balístico para projéteis em placas de aço: influência da geometria e material do projétil

### VINÍCIUS ASSUNÇÃO SILVA

## INVESTIGAÇÃO COMPUTACIONAL DA RELAÇÃO ENTRE O ÂNGULO DE GUINADA TOTAL E O LIMITE BALÍSTICO PARA PROJÉTEIS EM PLACAS DE AÇO: INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA E MATERIAL DO PROJÉTIL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Defesa do Instituto Militar de Engenharia, no âmbito da Linha de Pesquisa em Mecatrônica, Matéria Condensada e Sistemas de Armas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Defesa.

Orientadores: Prof. Jakler Nichele Nunes, D.Sc. Prof. Fernando Cunha Peixoto D.Sc.

Aprovada em 25 de fevereiro de 2025 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Jakler Nichele Nunes, D.Sc. do IME [Presidente]

Prof. Fernando Cunha Peixoto, D.Sc. do IME

Prof. Marcilio Alves, Ph.D. da USP

Prof. Alaelson Vieira Gomes, D.Sc. do IME

Rio de Janeiro 2025

"Dedico esse trabalho à minha esposa Danielle e aos meus filhos Daniel e Maria Eduarda, que são os maires amores da minha vida"

### AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, fonte de toda sabedoria e força, por me guiar em cada passo dessa jornada, me concedendo a coragem e a perseverança necessárias para superar os desafios e alcançar este momento. Sua luz e proteção foram fundamentais em todo esse processo.

Aos meus pais, Luiz Carlos e Maria José, agradeço pela fundação do meu conhecimento, pelos valores éticos e morais que me transmitiram e pela orientação constante que moldaram meu caminho, sempre me guiando com amor e sabedoria.

À minha esposa Danielle, minha eterna fonte de paciência, compreensão e apoio, sou imensamente grato por sua dedicação, por estar ao meu lado em cada passo dessa jornada e por me proporcionar uma base sólida de amor e companheirismo.

Aos meus filhos Daniel e Maria Eduarda e à minha enteada Letícia, pela motivação diária, pelo amor incondicional e pela inspiração que me proporcionam. Cada um de vocês tem um papel especial na minha vida, sendo uma fonte constante de força e alegria, me impulsionando a seguir em frente com determinação.

Ao meu orientador, Jakler Nichele, expresso minha sincera gratidão por todo o apoio ao longo desta trajetória, cujo conhecimento e dedicação foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico. Sua orientação precisa e sua capacidade de indicar os melhores caminhos para a resolução dos desafios enfrentados foram essenciais para a concretização deste trabalho.

Ao meu amigo e companheiro de mestrado Capitão-Tenente Douglas Cabral, por todas as conversas, compartilhamento de ideias, sugestões, ajudas, momentos de descontração, palavras de incentivo e força ao longo dessa caminhada. Igualmente, agradeço ao meu antecessor neste projeto, o Capitão Leandro Chaves Fonseca pelo aprendizado inicial e suporte na realização das simulações.

À Seção de Engenharia Mecânica do IME, em especial ao Capitão Daniel Braz, pela disponibilização do Laboratório de Análises Numéricas, contribuindo de maneira fundamental para a realização das simulações.

Aos doutores membros permanentes da banca, pela cuidadosa revisão, apontamentos, sugestões e críticas construtivas que contribuíram para aprimorar este trabalho: Jakler Nichele, Fernando Peixoto, Marcílio Alves e Alaelson Gomes.

Um agradecimento às agências de fomento brasileiras pelo suporte financeiro ao desenvolvimento do projeto: FINEP (projeto 3357/24, convênio 01.24.0650.00); CAPES (Processo nº 23038.005867/2024-13); FAPERJ (Processos E-26/211.046/2021 e E-26/201.251/2022); e CNPq (Processo 409754/2023-4).

Ao Instituto Militar de Engenharia, minha sincera gratidão pelo acolhimento e por proporcionar um ambiente propício ao meu crescimento intelectual. Os dois anos dedicados a essa instituição foram marcados por aprendizado significativo e valiosas descobertas. Agradeço também ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Defesa pelo apoio e pelas oportunidades oferecidas ao longo dessa jornada.

À Marinha do Brasil, em especial ao Centro de Projetos de Sistemas Navais por viabilizar este mestrado e à Diretoria de Sistemas de Armas da Marinha, pelo suporte indispensável ao longo dessa jornada.

Cada um de vocês exerceu um papel fundamental nesse percurso. Muito obrigado.

"The study of ballistics is not just about destruction; it is about understanding the nature of forces in motion." (Werner Goldsmith, Impact: The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids)

"What we know is a drop, what we don't know is an ocean." (Isaac Newton)

### RESUMO

Uma investigação computacional foi realizada utilizando o método dos elementos finitos para analisar a relação entre o ângulo de guinada total e o limite balístico em cenários de impacto. Os projéteis, com diâmetro de 7,62 mm, foram modelados como corpos flexíveis, considerando diferentes materiais e geometrias de ponta. Os alvos, compostos por placas de aço 4340 com 10 mm de espessura, também foram modelados como corpos flexíveis e seu comportamento descrito pelo modelo de plasticidade de Johnson-Cook. Para a investigação do limite balístico, foi considerada uma regressão não linear, com base no modelo de Lambert-Jonas. O limite balístico foi normalizado pelo impacto normal visando atenuar a sensibilidade do tamanho da malha. A análise dos resultados confirmou que o limite balístico é altamente dependente da geometria da ponta e do material do projétil. A modelagem dos projéteis como corpos flexíveis, aliada à consideração do coeficiente de atrito nas simulações, permitiu uma elucidação mais precisa e realista no desempenho balístico entre os modelos, proporcionando uma compreensão mais profunda dos fenômenos físicos correlatos ao impacto.

**Palavras-chave:** Impacto balístico; Limite balístico; Ângulo de guinada; Variação geométrica do projétil; Simulação numérica; Método dos Elementos Finitos.

### ABSTRACT

A computational investigation was conducted using the finite element method to analyze the relationship between the total yaw angle and the ballistic limit in impact scenarios. The projectiles, with a diameter of 7.62 mm, were modeled as flexible bodies, considering different materials and nose geometries. The targets, consisting of 10 mm thick 4340 steel plates, were also modeled as flexible bodies, with their behavior described by the Johnson-Cook plasticity model. For the ballistic limit investigation, a nonlinear regression was considered based on the Lambert-Jonas model. The ballistic limit was normalized by the normal impact to mitigate mesh size sensitivity. The analysis of the results confirmed that the ballistic limit is highly dependent on the projectile's nose geometry and material. Modeling the projectiles as flexible bodies, combined with the consideration of the friction coefficient in the simulations, enabled a more accurate and realistic elucidation of the ballistic performance among the models, providing a deeper understanding of the physical phenomena related to impact.

**Keywords**: Ballistic impact; Ballistic limit; Yaw angle; Projectile geometry variation; Numerical simulation; Finite Elements Method.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Esquema ilustrativo para os ângulos de obliquidade, impacto, guinada, rolagem e arfagem. Adaptado de Omidvar et al. (2014)	10
Figura 1.2 – Definições de limite balístico, perfuração e penetração parcial, adaptado de Backman e Goldsmith (1978)	21
Figura 1.3 – Projéteis de geometrias variadas. Adaptado de Iqbal <i>et al</i> (2013) Figura 3.1 – Malha gerada para o alvo (esquerda) e detalhe do refinamento da região central (direita), para o caso de tamanho de malha de 0,625 mm ao	22
centro	44
Figura 3.2 – Projéteis de ponta: (a) plana; (b) redonda; (c) ogival Figura 3.3 – Condição inicial da simulação, destacando a malha central da placa e do projétil plano (elementos de 0,625 mm, guinada nula). O vetor	45
velocidade está orientado para baixo no eixo vertical Figura 3.4 – Esquema do processo de integração do ANSYS Explicit Dynamics em	45
cada ciclo. Adaptado de Fonseca (2024)	47
Figura 3.5 – Elementos tridimensionais simples (tipicamente usados para representar o estado de tensão tridimensional) e elementos tridimensionais de ordem superior com nós intermediários ao longo das arestas. Adaptado de	
Logan (2011)	48
Figura 3.6 – Interface para a escolha do material no banco de dados do ANSYS	49
Figura 3.7 – Interface para a inclusão de modelo de falha do ANSYS Figura 3.8 – Projétil de ponta plana orientado com guinada total de 25°, resultante de uma rotação anti-horária em torno do eixo Y. O vetor velocidade	50
esta direcionado ao longo do eixo Z, apontando para	Б1
Figura 4.1 – Perfuração do alvo para as Malhas Completa (superior) e Reduzida (inferior)	56
Figura 4.2 – Perfuração do alvo com ângulo de guinada 25° e velocidade de impacto 1300 m/s	57
Figura 4.3 – Velocidade residual em função da velocidade de impacto para diversos ângulos de guinada. Alvo no material aço 4340 e projétil de ponta plana, nos seguintes materiais: (a) aço 4340; (b) ferro ARMCO; (c) cobre OFHC	59
Figura 4.4 – Velocidade residual em função da velocidade de impacto para diversos ângulos de guinada. Alvo no material aço 4340 e projétil de ponta redonda, nos seguintes materiais: (a) aço 4340; (b) ferro ARMCO; (c)	
cobre OFHC	61

Figura 4.5 – Velocidade residual em função da velocidade de impacto para diversos	
ângulos de guinada. Alvo no material aço 4340 e projétil de ponta	
ogival, nos seguintes materiais: (a) aço 4340; (b) ferro ARMCO; (c)	
cobre OFHC	62
Figura 4.6 – Limite balístico em valores absolutos (a) e normalizados pelo impacto	
normal (b), para a geometria de ponta plana	64
Figura 4.7 – Limite balístico em valores absolutos (a) e normalizados pelo impacto	
normal (b), para a geometria de ponta redonda	65
Figura 4.8 – Limite balístico em valores absolutos para a geometria de ponta	
ogival	66
Figura 4.9 – Limite balístico em função das geometrias para diferentes materiais,	
para o caso do impacto com ângulo de guinada total	
nulo	69

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 –	Nível de proteção do sistema de blindagem quanto ao impacto balístico (ABNT, 2005; NIJ, 2000)	32
Tabela 3.1 –	Parâmetros dos modelos constitutivos de plasticidade e falha de Johnson-Cook utilizados nas simulações para aço SAE 4340, ferro ARMCO e cobre OFHC, respectivamente (JOHNSON; COOK, 1983, 1985)	42
Tabela 3.2 –	Quantidade de elementos e nós utilizados nas simulações	51
Tabela 4.1 –	Velocidade residual para as simulações em Malha Reduzida e em Malha Completa, para o tamanho de malha 0,625 mm e ângulo de guinada total nulo	55
Tabela 4.2 –	Valores da regressão de Lambert-Jonas para a Malha Completa e a Malha Reduzida, para o tamanho de malha 0,625 mm e ângulo de	56
Tabela 4.3 –	Coeficientes da regressão polinomial da razão do limite balístico em função do ângulo de guinada total para a Eq. 4.1, considerando a geometria de ponta plana	50 66
Tabela 4.4 –	Coeficientes da regressão polinomial da razão do limite balístico em função do ângulo de guinada total para a Eq. 4.1, considerando a geometria de ponta redonda	67
Tabela 4.5 –	Limite balístico (m/s), parâmetros a e $p$ , e erro quadrado médio (RMSE, em m/s), para o aço 4340	67
Tabela 4.6 –	Limite balístico (m/s), parâmetros a e $p$ , e erro quadrado médio (RMSE, em m/s), para o ferro ARMCO	68
Tabela 4.7 –	Limite balístico (m/s), parâmetros a e <i>p</i> , e erro quadrado médio (RMSE, em m/s), para o cobre OFHC	68

# LISTA DE SÍMBOLOS

## SÍMBOLOS LATINOS

A	coeficiente de endurecimento por deformação (Pa), Eq. 2.13		
a	parâmetro do modelo Lambert-Jonas, Eq. 2.2		
В	coeficiente de endurecimento por deformação (Pa), Eq. 2.13		
C	coeficiente de endurecimento por taxa de deformação (adimensional), Eq.		
	2.13		
$C_0$	velocidade do som no material a pressão zero $(m \cdot s^{-1})$		
$C_P$	calor específico $(J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$		
$C_S$	velocidade local do som $(m \cdot s^{-1})$		
E	energia específica $(J \cdot kg^{-1})$		
$E_0$	energia específica na condição inicial $(J \cdot kg^{-1})$		
$E_H$	energia específica do choque Hugoni ot correspondente $({\rm J} \cdot {\rm kg^{{\scriptscriptstyle -1}}})$		
G	módulo de cisalhamento (Pa)		
n	coeficiente de endurecimento por deformação (adimensional), Eqs. 2.13		
m	coeficiente de amolecimento termal (adimensional), Eq. 2.13		
Р	pressão (Pa)		
$P_H$	pressão do choque Hugoniot correspondente (Pa)		
p	parâmetro de Lambert-Jonas (adimensional), Eq. 2.2		
S	constante linear de equação de estado do choque (adimensional)		
T	temperatura (K)		
U	velocidade de partícula $(m \cdot s^{-1})$		
$U_p$	velocidade de partícula $(m \cdot s^{-1})$		
$U_s$	velocidade da frente de onda $(m \cdot s^{-1})$		
V	volume específico $(m^3 \cdot kg^{-1})$		
$V_0$	volume específico na condição inicial $(m^3 \cdot kg^{-1})$		
$v_{50}$	limite balístico (estocástico, m $\cdot$ s <sup>-1</sup> )		
$v_{bl}$	limite balístico (teórico, m $\cdot$ s $^{-1}),$ Eqs. 2.1 e 2.2		
$v_r$	velocidade residual (m $\cdot$ s <sup>-1</sup> )		
$v_i$	velocidade de impacto $(m \cdot s^{-1})$		

# SÍMBOLOS GREGOS

α	ângulo de guinada (°)
β	ângulo de obliquidade (°)
$\gamma_g$	coeficiente de Mie-Grüneisen (adimensional)
$\gamma_{g0}$	coeficiente de Mie-Grüneisen na condição inicial (adimensional)
3	deformação de engenharia (adimensional)

<i>E</i> 0	deformação de engenharia (adimensional)
ε	taxa de deformação (s <sup>-1</sup> )
$\theta$	ângulo de impacto $(\theta = /\alpha - \beta /, \circ)$
ρ	massa específica (kg $\cdot$ m <sup>-3</sup> )
σ	tensão (Pa)

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16	
1.1	L REVISÃO DA LITERATURA	23	
1.2	2 PROBLEMA E HIPÓTESE	29	
1.3	3 OBJETIVOS	30	
1.4	JUSTIFICATIVA	31	
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	34	
2.1	I MÉTODOS EXPERIMENTAIS	34	
2.2	2 COMPORTAMENTO DINÂMICO DOS MATERIAIS	36	
2.3	MODELOS CONSTITUTIVOS	38	
2.4	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E FORMULAÇÃO DIFERENCIAL	40	
3	METODOLOGIA	42	
3.1	LESQUEMATIZAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	45	
3.2	2 EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS	48	
3.3	3 METADADOS	53	
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	55	
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	71	
RE	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		

### 1 INTRODUÇÃO

O limite balístico, denotado por  $v_{bl}$ , é um parâmetro fundamental na avaliação da resistência de materiais submetidos a impactos de alta velocidade, sendo definido como a velocidade mínima necessária para que um projétil penetre completamente um alvo específico. Outra definição presente na literatura é baseada na média entre a maior velocidade de impacto que resulta em penetração parcial e a menor velocidade que causa penetração completa (BACKMAN; GOLDSMITH, 1978). Esse conceito tem ampla aplicação no desenvolvimento de sistemas de proteção balística, desde coletes à prova de balas até blindagens para veículos militares.

A determinação do limite balístico pode ser feita por meio de experimentação ou modelagem numérica, levando em consideração não apenas as propriedades mecânicas dos materiais, mas também fatores como a geometria do projétil, o ângulo de incidência e as condições dinâmicas do impacto (BACKMAN; GOLDSMITH, 1978). Estudos clássicos, como os de Recht e Ipson (1963) e Lambert e Jonas (1976), estabeleceram modelos empíricos fundamentados nos princípios de conservação de momento e energia com o propósito de estimar o limite balístico em distintos cenários de impacto e acabaram tornando-se referências essenciais para pesquisas e aplicações na área.

Os critérios para avaliação da proteção balística são padronizados por normas internacionais, tais como a NIJ Standard-0101.06 (NIJ, 2008) e a MIL-STD-662F (DOD, 1997), que estabelecem metodologias para testar materiais de blindagem. As normas NIJ, por exemplo, classificam os níveis de proteção com base na capacidade de uma blindagem resistir a projéteis de diferentes calibres e energias, enquanto os padrões militares MIL-STD seguem diretrizes mais rigorosas, considerando fatores como múltiplos impactos e diferentes ângulos de ataque. O método experimental geralmente envolve disparos controlados e a análise da penetração do projétil, determinando o limite balístico para diferentes condições de impacto. A trajetória de um projétil em voo é influenciada por diversos fatores aerodinâmicos, sendo os ângulos de orientação fundamentais para descrever sua posição e movimento durante o percurso. Esses ângulos são denominados rolagem ("*roll*"), arfagem ("*pitch*") e guinada ("*yaw*"), e representam as rotações do projétil em torno de seus eixos principais. A rolagem ocorre ao longo do eixo longitudinal e está diretamente associada ao efeito giroscópico gerado pelo estriamento do cano do armamento. A arfagem, por sua vez, refere-se à rotação ao redor do eixo transversal, influenciando a elevação do nariz do projétil. Já a guinada, representa a rotação em torno do eixo vertical, desviando o nariz para os lados. A estabilidade do projétil em voo depende de um equilíbrio preciso entre esses ângulos, pois variações excessivas podem comprometer sua trajetória e, consequentemente, seu desempenho balístico (MCCOY, 1999).

A guinada total do projétil,  $\alpha$ , é um parâmetro de grande relevância na balística terminal, pois define a orientação exata com que o projétil atinge o alvo. Esse ângulo é resultante da soma vetorial das componentes de arfagem e guinada, podendo afetar significativamente a capacidade de penetração. Quando um projétil impacta com alta guinada total, sua área de contato com o alvo aumenta, resultando em maior dissipação de energia e, muitas vezes, reduzindo a profundidade de penetração. Estudos experimentais e numéricos mostram que a guinada total influencia diretamente o mecanismo de falha do alvo, podendo causar fraturas localizadas ou deformações mais distribuídas, dependendo das propriedades do material e da velocidade do impacto (Backman e Goldsmith, 1978).

O ângulo de guinada, ou ângulo "*yaw*", tem um papel significativo na interação entre projétil e alvo, influenciando diretamente o limite balístico e a efetividade da proteção balística. Quando um projétil impacta um alvo com uma guinada acentuada, sua superfície de contato aumenta, alterando a distribuição de força, podendo reduzir a profundidade de penetração. Em blindagens projetadas para cenários militares, a compreensão desse fenômeno é essencial, pois a variação do ângulo de guinada pode significar a diferença entre a penetração completa e a dissipação eficiente da energia cinética do projétil. Modelos numéricos avançados e experimentações controladas são ferramentas essenciais para avaliar como esse fator afeta o desempenho dos materiais de proteção (CARLUCCI; JACOBSON, 2008).

A influência do ângulo de orientação do projétil em voo e do ângulo de guinada no momento do impacto são aspectos cruciais na definição do limite balístico. Quando um projétil atinge um alvo com um certo desvio angular, seja devido à instabilidade aerodinâmica ou à interação com obstáculos anteriores, a distribuição das tensões na superfície do material-alvo se altera significativamente. Esse efeito pode reduzir a eficiência da penetração, aumentando a resistência do material-alvo ou, em alguns casos, favorecendo a formação de fraturas localizadas que facilitam a penetração. Estudos como os de ZUKAS et al. (1982) demonstraram que a variação do ângulo de impacto modifica substancialmente os mecanismos de falha, podendo alterar a transição entre perfuração dúctil e fratura frágil.

Outro fator crítico na balística de impacto é o ângulo de obliquidade,  $\beta$ , que descreve a inclinação do alvo em relação à trajetória do projétil. Em situações de impacto normal, o ângulo de obliquidade é zero, significando que o projétil atinge perpendicularmente a superfície. Entretanto, em muitos cenários práticos, como em blindagens inclinadas, esse ângulo é diferente de zero, forçando o projétil a interagir com uma superfície não ortogonal. A obliquidade altera a eficiência do impacto, podendo desviar o projétil ou modificar o mecanismo de penetração. Em materiais mais dúcteis, impactos oblíquos tendem a gerar escoriações superficiais ou deflexões laterais, enquanto em materiais frágeis podem provocar fraturas e lascamentos que comprometem a integridade estrutural (MCCOY, 1999). O presente estudo concentrouse exclusivamente nos efeitos do ângulo de guinada total, considerando o ângulo de obliquidade nulo em todas as condições analisadas. O ângulo de impacto,  $(\theta = |\beta - \alpha|)$ , por sua vez, é um conceito que se relaciona diretamente com a trajetória do projétil e a orientação do alvo. Esse ângulo é determinado pelo módulo da diferença entre os ângulos de guinada total e obliquidade. Valores reduzidos de ângulo de impacto indicam colisões quase perpendiculares, otimizando a transferência de energia e aumentando a probabilidade de penetração completa. Em contrapartida, ângulos elevados favorecem fenômenos como ricochete ou deformação superficial, dependendo das propriedades do projétil e do alvo. Para uma melhor compreensão dos ângulos discutidos, a Figura 1.1 apresenta uma representação visual detalhada, ilustrando cada um dos parâmetros geométricos mencionados ao longo desta seção, visando facilitar a análise dos efeitos associados na dinâmica do projétil.



Figura 1.1 – Esquema ilustrativo para os ângulos de obliquidade, impacto, guinada, rolagem e arfagem. Adaptado de Omidvar et al. (2014).

A interação entre os ângulos de orientação do projétil e o ângulo de impacto é um aspecto crucial na modelagem da balística terminal. Quando um projétil atinge um alvo com rolagem excessiva, pode ocorrer instabilidade na penetração, levando a trajetórias não retilíneas dentro do material. A combinação de arfagem e guinada pode fazer com que o projétil deforme assimetricamente ao interagir com o alvo, alterando os modos de falha predominantes. Modelos avançados de simulação levam esses fatores em consideração para prever com maior precisão o comportamento de diferentes materiais sob impacto. Backman e Goldsmith (1978) demonstraram que a obliquidade e a guinada total influenciam significativamente o regime de penetração, destacando a importância de incluir esses parâmetros em análises balísticas.

A compreensão detalhada desses ângulos e suas interações têm impacto direto no desenvolvimento de sistemas de proteção balística mais eficazes. A orientação do projétil no momento do impacto pode definir se uma blindagem será capaz de absorver ou dissipar a energia cinética de maneira eficiente. Ensaios experimentais e simulações computacionais continuam a evoluir para incluir variáveis como rotação e deformação do projétil, proporcionando avanços na concepção de materiais e estruturas defensivas. O refinamento das normas técnicas e a melhoria na modelagem matemática permitem que a engenharia balística se torne cada vez mais precisa, garantindo maior confiabilidade na proteção contra ameaças de alta velocidade (ABNT, 2020; DOD, 1997; NIJ, 2008).

Os critérios de perfuração "ARMY", "PROTECTION" e "NAVY", ilustrados na Figura 1.2, são amplamente empregados na análise de impacto balístico para avaliar a resistência de materiais e a eficácia de blindagens, conforme estabelecido por normas e diretrizes reconhecidas internacionalmente. O critério "ARMY" adota um enfoque baseado na avaliação da massa residual do projétil e dos fragmentos que ultrapassam a face posterior do alvo, determinando a ocorrência da perfuração com base em limites predefinidos de penetração e fragmentação. Nesse caso, após o impacto, é verificada a passagem de luz após a remoção do projétil.

O critério "*PROTECTION*", amplamente utilizado nas normas MIL-STD-662F (DOD, 1997), NIJ Standard 0106.01 (NIJ, 1981) e NIJ Standard 0108.01 (NIJ, 1985), estabelece que a blindagem é considerada eficaz se for capaz de impedir a penetração completa do projétil, ou seja, se este não atravessar integralmente o alvo. Uma placa testemunho de alumínio é posicionada atrás do alvo, onde também é verificada a passagem de luz para o caso de perfuração.

Já o critério "*NAVY*", define a perfuração como a completa transposição do projétil através do alvo, caracterizando-se pela passagem de uma parcela significativa de sua estrutura para além da face oposta ao impacto, resultando em uma velocidade residual não nula (RECHT; IPSON, 1963).



Figura 1.2 - Definições de limite balístico, perfuração e penetração parcial, adaptado de Backman e Goldsmith (1978).

Embora alguns estudos tenham explorado os efeitos do ângulo de guinada nos impactos balísticos (GOLDSMITH; TAM; TOMER, 1995; LI; GOLDSMITH, 1996a), ainda há uma escassez de modelos na literatura capazes de prever ou estimar a relação entre o ângulo de guinada e o limite balístico.

A geometria do projétil também exerce uma influência significativa na efetividade e na dinâmica durante um disparo, impactando diretamente na sua performance e, consequentemente, no limite balístico (BACKMAN; GOLDSMITH, 1978; BORVIK; LANGSETH; HOPERSTAD; MALO, 2002; CORBETT; REID; JOHNSON, 1996; KPENYIGBA; JANKOWIAK; RUSINEK; PESCI; WANG, 2015). As munições podem variar em formas, diâmetros e tamanho, sendo projetadas para atender a objetivos específicos, conforme exemplificado na Figura 1.3.



Figura 1.3 – Projéteis de geometrias variadas. Adaptado de Iqbal et al. (2013).

As investigações, experimentais e numéricas, disponíveis na literatura sobre perfuração e penetração de alvos metálicos dúcteis por projéteis rígidos, geralmente se limitam a algumas geometrias de ponta, tais como hemisférica, cônica, ogival e plana (KPENYIGBA; JANKOWIAK; RUSINEK; PESCI; WANG, 2015). Cada uma dessas, influencia na aerodinâmica da munição e na sua capacidade de penetração.

De um modo geral, os projéteis são utilizados para diferentes propósitos. Os de ponta oca, por exemplo, expandem ao impacto, ampliando o dano causado. Os de ponta plana são ideais para atravessar barreiras, enquanto os de ponta redonda apresentam melhor aerodinâmica. Os de ponta cônica oferecem estabilidade em voo, e os ogivais são comuns em munições de longo alcance, reduzindo o arrasto e melhorando o desempenho balístico. Variações de diâmetro e tamanho atendem a uma ampla gama de armamentos, desde pistolas até armas de artilharia.

Do exposto, esta dissertação tem como objetivo desenvolver um modelo para descrever a relação entre o ângulo de guinada e o limite balístico, considerando de maneira integral a influência da variação geométrica e material da munição.

#### 1.1 REVISÃO DA LITERATURA

As pesquisas experimentais realizadas por Poncelet e Dideon no século XIX foram fundamentais para o avanço desse campo de estudo. A partir dessas investigações, foi desenvolvido um modelo que relaciona a profundidade de penetração com o comprimento efetivo, a densidade do material do projétil e a velocidade de impacto. Esse modelo indica que a penetração é diretamente proporcional ao logaritmo da velocidade de impacto (ANDERSON JR, 2017; BACKMAN; GOLDSMITH, 1978).

Holley (1865), apresentou uma análise detalhada do desenvolvimento de armamentos e armaduras no século XIX, com foco no contexto naval, introduzindo o conceito de limite balístico para avaliar a capacidade das armaduras navais em resistir à penetração de projéteis de canhão. O autor também examinou métodos de reforço de embarcações e seus materiais, destacando as implicações estratégicas dessas inovações na guerra naval do período.

O limite balístico pode ser determinado ao considerar a igualdade entre a profundidade de penetração do projétil e a espessura do alvo, conforme demonstrado nos estudos sobre impactos normais por DeMarre (1886).

Carlucci e Jacobson (2008) explicam que o limite balístico é atingido quando a profundidade de penetração do projétil no alvo se iguala à sua espessura, sendo fortemente influenciado pela obliquidade do impacto. O aumento do ângulo de obliquidade reduz a eficiência da penetração ao desviar a trajetória do projétil e aumentar a resistência do alvo, exigindo velocidades iniciais mais elevadas para que a perfuração completa ocorra. Além disso, a geometria do projétil, suas propriedades mecânicas e a resistência do material do alvo são variáveis determinantes na equação da penetração. São apresentados, ainda, modelos empíricos e analíticos para estimar esse comportamento, auxiliando na predição do limite balístico em diferentes condições de impacto.

Taylor (1948) investigou o uso de projéteis de extremidade plana para determinar a tensão de escoamento dinâmica de materiais sob impacto. Na parte teórica do estudo, desenvolveu um modelo matemático para descrever a interação entre o projétil e o alvo, levando em consideração o comportamento das ondas elásticas e plásticas que se propagam durante o impacto. O autor demonstrou que, à medida que o projétil penetra no material, a frente de onda plástica se desloca, resultando em uma distribuição não uniforme de tensões. Além disso, analisou o fenômeno de expansão radial do cilindro do projétil, um efeito associado à alta taxa de deformação e à resposta dinâmica do material impactado. O estudo fornece uma base teórica essencial para a compreensão da plasticidade dinâmica e tem aplicações relevantes na análise de impacto balístico e processos de penetração em alta velocidade. Dando sequência a essas investigações, Recht (1978) estimou a perda de massa por erosão do projétil ao longo do impacto, desenvolvendo um modelo que descreve os mecanismos de cisalhamento envolvidos no processo de penetração.

Recht e Ipson (1963) propuseram um modelo analítico para descrever a dinâmica da perfuração balística de alvos metálicos por projéteis em alta velocidade, fundamentado na conservação de momento e energia. Os autores derivaram uma equação empírica que estabelece uma relação entre a velocidade inicial e residual do projétil, permitindo estimar a energia dissipada e a eficiência da penetração com base em parâmetros do material do alvo.

Lambert e Jonas (1976) abordaram a necessidade de padronização nos testes de balística terminal, com foco na representação da velocidade de impacto. Os autores discutiram a variabilidade dos métodos experimentais e a importância de definir critérios consistentes para avaliar o comportamento de projéteis ao atingir alvos, enfatizando a relação entre a velocidade de impacto e a penetração. O estudo se baseia em abordagens anteriores, como o modelo de Recht e Ipson, que descreve a influência da energia cinética na perfuração e no comportamento do alvo. Nesse contexto, o conceito de limite balístico é central, pois define a menor velocidade necessária para que o projétil consiga penetrar completamente o alvo, servindo como referência para avaliar a resistência balística dos materiais e a eficiência dos projéteis em diferentes condições experimentais.

O estudo de Backman e Goldsmith (1978) apresentou uma análise abrangente dos mecanismos envolvidos na penetração de projéteis em alvos, considerando fatores como propriedades dos materiais, geometria do projétil, velocidade de impacto e os fenômenos de deformação, fratura e erosão. A pesquisa revisou modelos teóricos, experimentais e numéricos, abordando diferentes regimes de penetração, incluindo impacto normal e oblíquo, além dos efeitos da guinada do projétil sobre a trajetória e a eficiência da penetração. Os autores destacaram como a obliquidade do impacto influencia a dissipação de energia, podendo resultar em ricochete, desvio da trajetória ou aumento da resistência do alvo à penetração. Além disso, discutiram a influência da guinada na estabilidade do projétil durante o impacto, evidenciando que variações no ângulo de ataque podem alterar significativamente a profundidade de penetração e os mecanismos de falha do material. O estudo comparou previsões teóricas com resultados experimentais, contribuindo para o entendimento do limite balístico е  $\cap$ 

desenvolvimento de materiais e estruturas mais resistentes a impactos, com aplicações em blindagens, engenharia militar e proteção estrutural.

Goldsmith, Tam e Tomer (1995) investigaram o impacto de projéteis rombudos sobre placas finas, analisando os efeitos da incidência oblíqua e do ângulo de guinada na resposta estrutural do alvo. O estudo demonstrou que a guinada do projétil influencia significativamente os mecanismos de deformação e falha, alterando a distribuição de tensões e modificando os modos de perfuração e fratura da placa. Os autores observaram que impactos com ângulo de guinada elevado tendem a provocar maiores deformações plásticas e padrões assimétricos de dano, além de reduzir a eficiência da penetração em comparação com impactos normais. Esses resultados destacam a importância da orientação do projétil no estudo do impacto balístico, especialmente para o entendimento da interação dinâmica entre o projétil e o alvo.

Li e Goldsmith (1996a, 1996b, 1996c) investigaram a penetração de projéteis cilíndricos rígidos, de ponta plana, em alvos de espessura fina, considerando a influência da rotação e do ângulo de impacto. Os autores desenvolveram um modelo teórico que descreve o processo de perfuração em quatro estágios distintos: erosão, "*plugging*", expansão do furo e "*petaling*", demonstrando boa concordância com os resultados experimentais para ângulos de impacto inferiores a 25°. O estudo evidenciou que a rotação do projétil e a inclinação na incidência podem modificar os mecanismos de falha do material, alterando a distribuição de tensões e a eficiência da penetração, o que reforça a importância de considerar esses fatores na análise do impacto em alvos de pequena espessura.

Rosenberg e Vayig (2021) analisaram o efeito do atrito na perfuração de placas metálicas por projéteis rígidos, destacando como a interação entre as superfícies influencia a dissipação de energia e os modos de falha do alvo. O estudo revelou que o coeficiente de atrito desempenha um papel crucial na resistência à penetração, modificando tanto a trajetória do projétil quanto a distribuição de tensões no material impactado. Além disso, os autores observaram que a presença de um ângulo de guinada no impacto pode intensificar os efeitos do atrito, resultando em trajetórias mais complexas e padrões assimétricos de dano na placa, o que reforça a importância de considerar esse parâmetro na modelagem do impacto balístico.

O método dos elementos finitos tem sido amplamente utilizado por diversos pesquisadores para estudar a resistência balística dos materiais e a distribuição do estado de tensão (CHEN, 1990; DENG *et al.*, 2022; DEY et al., 2004; DOLINSKI; RITTEL, 2015; JANDA et al., 2023; KILIÇ; EKICI; HARTOMACIOĞLU, 2015; ROSENBERG; DEKEL, 2008, 2009; ROSENBERG; KOSITSKI; MALKA-MARKOVITZ, 2018; VAYIG; ROSENBERG, 2023). Algumas dessas investigações se basearam no pacote ANSYS/Autodyn para a modelagem e análise dos fenômenos balísticos (ROSENBERG; DEKEL, 2008, 2009, 2010; ROSENBERG; KOSITSKI; MALKA-MARKOVITZ, 2018).

Modelos que consideram o efeito do ângulo de obliquidade no limite balístico são amplamente discutidos na literatura (ANDERSON JR, 2017; BACKMAN; GOLDSMITH, 1978; RECHT; IPSON, 1963). Em contrapartida, há poucas formulações dedicadas à influência do ângulo de guinada total no comportamento do impacto (GOLDSMITH; TAM; TOMER, 1995; VAYIG; ROSENBERG, 2021). As pesquisas que analisam esse parâmetro concentram-se na deformação do projétil e na profundidade da penetração, mas não apresentam uma correlação direta com o limite balístico (ANDERSON JR; BEHNER; HOHLER, 2013; BLESS; SATAPATHY; NORMANDIA, 1999; CAGLIOSTRO et al., 1990; LI; GOLDSMITH, 1996b, 1996c, 1996a; SATAPATHY; BEDFORD; BLESS, 1998).

Alguns estudos na literatura investigaram a influência da geometria do projétil em impactos normais. Experimentos realizados em alvos de aço e alumínio mostraram que o aumento no raio do projétil modifica o mecanismo de falha do alvo, passando de alargamento de orifício dúctil em projéteis de ponta cônica para afinamento e estiramento em tração em projéteis de ponta esférica, e cisalhamento em projéteis de ponta plana (CORRAN; SHADOLT; RUIZ, 1983).

Goldsmith e Finnegan (1986) realizaram experimentos para estudar o efeito de projéteis cilindro-cônicos e planos em alvos de alumínio e aço, revelando que a forma da ponta do projétil tem um efeito insignificante no limite balístico. Por outro lado, outros estudos observaram que o limite balístico para alvos de aço Weldox 460 E, com 12 mm de espessura, foi similar para projéteis de ponta hemisférica e cônica (300 m/s), e quase a metade para projéteis de ponta plana (185 m/s) (BORVIK; LANGSETH; HOPPERSTAD; MALO, 2002; BORVIK; HOPPERSTAD; BERSTAD; LANGSETH, 2002). Além disso, Iqbal et al. (2010) demonstraram que o limite balístico de alvos de aço espesso aumentou linearmente com a diminuição do ângulo de ponta do projétil, enquanto o limite balístico dos alvos finos de alumínio foi influenciado apenas por mudanças na forma do projétil.

Iqbal et al. (2010a, 2010b) analisaram o impacto de projéteis de ponta cônica em alvos dúcteis, usando simulações computacionais. Eles testaram alvos de aço Weldox 460 E (12 mm) e alumínio 1100-H12 (1 mm) sob diferentes ângulos de obliquidade (0°, 15°, 30°, 45° e 60°), até o ponto de ricochete crítico. O limite balístico do aço Weldox 460 E permaneceu quase constante até 30° de obliquidade, aumentando em 10% a 45° e em 81% a 60°. Para o alumínio 1100-H12, o limite balístico aumentou em 5,7%, 12,4%, 25,3% e 127% a 15°, 30°, 45° e 60°, respectivamente, em comparação com o impacto normal. O ricochete crítico ocorreu a 60° para ambos os tipos de projéteis.

Fonseca (2024) utilizou simulações computacionais para investigar como o ângulo de guinada afeta o limite balístico de projéteis cilíndricos ao atingir placas de aço. Realizou simulações com malhas de diferentes tamanhos, resultando em três curvas paralelas do limite balístico em relação ao ângulo de guinada. Normalizando pelo impacto normal, essas curvas colapsaram em uma única. Com um projétil cilíndrico de aço 4340 (diâmetro: 7,62 mm, comprimento: 22,86 mm) em placas do mesmo material (espessura: 10 mm), concluiu-se que o ângulo de guinada tem um efeito significativo no limite balístico. Surpreendentemente, um ângulo de 90° não foi o mais crítico; o limite balístico foi mais alto entre 60 e 75°. Para guinadas até 30°, o projétil girou antes de penetrar no alvo, mantendo um ângulo constante após a entrada. Além disso, guinadas acima de 45° alteraram os mecanismos de penetração.

#### 1.2 PROBLEMA E HIPÓTESE

A influência dos desvios angulares do projétil no ponto de impacto, na determinação do limite balístico de uma blindagem, é amplamente reconhecida na literatura (CARLUCCI; JACOBSON, 2008). Da mesma forma, a geometria da munição utilizada também desempenha um papel significativo nesse parâmetro (BACKMAN; GOLDSMITH, 1978; BORVIK; LANGSETH; HOPERSTAD; MALO, 2002; CORBETT; REID; JOHNSON, 1996; KPENYIGBA; JANKOWIAK; RUSINEK; PESCI; WANG, 2015). Evidências experimentais indicam que impactos com ângulos de guinada diferentes de zero resultam em um aumento do limite balístico, quando comparados a impactos normais. No entanto, há uma lacuna na literatura quanto à quantificação exata desse efeito e à sua ordem de grandeza.

As normas técnicas voltadas à certificação de materiais de proteção balística estabelecem limites para o ângulo de guinada admissível nos ensaios, garantindo que os impactos sejam avaliados dentro de condições padronizadas (ABNT, 2020; DOD, 1997; NIJ, 2008). No entanto, ainda há incertezas sobre o quanto essa inclinação influencia no limite balístico. Qual é a magnitude desse efeito? Como variações angulares podem impactar os resultados dos testes? Para compreender melhor essa relação, torna-se necessário investigar com mais profundidade a dependência do limite balístico em relação ao ângulo de impacto, especialmente quando comparado a impactos normais. A pesquisa de Goldsmith, Tam e Tomer (1995) demonstrou que o limite balístico aumenta conforme o ângulo de guinada do projétil se torna mais acentuado. O estudo identificou uma tendência de crescimento na resistência do alvo à penetração à medida que o impacto ocorre com maior inclinação. No entanto, esse modelo teórico é específico para projéteis rígidos com ponta plana e alvos de espessura reduzida, cuja dimensão é comparável ao raio do projétil, limitando sua aplicabilidade a outros cenários de impacto.

Diante desse cenário, a presente pesquisa busca compreender de que forma o limite balístico varia em função do ângulo de guinada, considerando diferentes combinações de materiais, geometrias e condições estruturais do projétil e do alvo. Estudos teóricos indicam uma tendência de crescimento quase linear nesse limite, com uma taxa de variação proporcional ao aumento do ângulo. A investigação dessa relação é fundamental para aprimorar a interpretação dos resultados experimentais e estimar a incerteza associada aos ensaios de resistência balística.

#### 1.3 OBJETIVOS

A luz das considerações apresentadas, o objetivo principal desta pesquisa consiste em analisar a influência do ângulo de guinada total no limite balístico de placas de aço, impactadas por projéteis flexíveis de 7,62 mm com geometria e material variados.

Para se alcançar esses objetivos, os seguintes objetivos específicos são estabelecidos:

- a) desenvolver uma metodologia para a simulação numérica de impactos balísticos, incorporando a variação do ângulo de guinada total;
- b) realizar simulações computacionais para examinar o fenômeno de penetração de projéteis em sólidos finitos, avaliando os efeitos da velocidade de impacto, da geometria do projétil, do material utilizado e do ângulo de guinada total; e

c) analisar a relação entre velocidade de impacto, velocidade residual, limite balístico e ângulo de guinada total, considerando os diferentes modelos de munições empregados.

#### **1.4 JUSTIFICATIVA**

A vastidão dos espaços marítimos e fluviais confere à Marinha do Brasil um papel essencial na defesa da soberania nacional e na segurança de suas embarcações e infraestrutura. O Plano Estratégico da Marinha (PEM 2040), documento de alto nível que orienta o planejamento de médio e longo prazo, reflete essa realidade, estabelecendo objetivos claros para a modernização da força naval, o fortalecimento da capacidade operacional e a proteção dos ativos críticos do país. Dentro desse contexto, a resistência balística das estruturas marítimas e navais torna-se uma questão estratégica de grande relevância, uma vez que embarcações e instalações militares estão sujeitas a ameaças que vão desde ataques convencionais até impactos acidentais (JUDICE, 2020).

Diante dos desafios geopolíticos e operacionais enfrentados pela Marinha do Brasil, faz-se necessário o aprofundamento dos estudos balísticos aplicados às chapas de construção naval. A análise da influência do ângulo de guinada dos projéteis sobre o limite balístico das placas de aço 4340 se insere nesse esforço, buscando compreender os mecanismos físicos que regem a interação entre o impacto e a resposta do material. O conhecimento derivado dessa investigação contribuirá diretamente para a melhoria da segurança das embarcações, a otimização dos projetos estruturais e a formulação de diretrizes para o desenvolvimento de aços mais resistentes e sistemas de proteção avançados.

Para tanto, o presente estudo se alinha aos Objetivos Navais (OBNAV) definidos no PEM 2040, notadamente aqueles voltados à segurança marítima, modernização da força naval e obtenção de plena capacidade operacional. A análise computacional e experimental dos impactos balísticos permitirá a identificação de padrões de comportamento e o desenvolvimento de soluções mais eficazes para mitigar os danos estruturais em situações de ataque ou acidentes. Assim, ao compreender os fatores que influenciam a resistência balística das placas de aço, esta pesquisa tem potencial para impactar significativamente a segurança e a eficiência operacional das embarcações da Marinha do Brasil, consolidando-se como um estudo de importância estratégica e científica no campo da engenharia naval e da defesa nacional.

Para estimar o desempenho de proteção balística, as Forças Armadas Brasileiras seguem normas nacionais e internacionais, tais como ABNT NBR 15000 (ABNT, 2005) e NIJ Standard 0101.04 (NIJ, 2000), que estabelecem diferentes níveis de blindagem, levando em consideração a munição, a massa e a velocidade do projétil. Esses níveis de proteção estão listados na Tabela 1.1.

Nível	Munição	Massa do projétil (g)	Velocidade (m/s)
Ι	.22 LRHV Chumbo	$2,6 \pm 0,1$	$320 \pm 10$
	.38 Special RN Chumbo	$10,2 \pm 0,1$	$254 \pm 15$
<b>TT</b> 4	9 mm FMJ	$8,0 \pm 0,1$	$332 \pm 12$
Ш-А	357 Magnum JSP	$10,2 \pm 0,1$	$381 \pm 12$
TT	$9 \mathrm{~mm} \mathrm{~FMJ}$	$8,0\pm0,1$	$358 \pm 15$
11	357 Magnum JSP	$10,2 \pm 0,1$	$425 \pm 15$
TTT A	9 mm FMJ	$8,0 \pm 0,1$	$426 \pm 15$
Ш-А	.44 Magnum SWC GC	$15,6\pm0,1$	$426 \pm 15$
III	$7.62 \text{ mm} \ge 51 \text{ FMJ} (.308 - \text{Winchester})$	$9,7\pm0,1$	$838 \pm 15$
IV	$.30 - 06  { m AP}$	$10,8\pm0,1$	$868 \pm 15$
Legenda:			
LRHV (Long Rifle High Velocity); RN (Round Nose); FMJ (Full Metal Jacketed); JSP (Joint			
Soft Point): SW GC (Semi WadCutter Gas Check): AP (Armor Piercing).			

Tabela 1.1 – Nível de proteção do sistema de blindagem quanto ao impacto balístico (ABNT, 2005; NIJ, 2000).

O projétil selecionado para esta pesquisa será o de calibre 7,62 mm pela facilidade em realizar simulações, pela recorrência de sua utilização em estudos acadêmicos e pela imperatividade de estabelecer o nível de proteção III (ABNT, 2005) em diversas embarcações da Marinha do Brasil. O presente estudo dá continuidade aos trabalhos iniciados em 2022 na área de simulação em proteção balística, que teve como foco a investigação da relação entre o limite balístico e o ângulo de guinada para impactadores de ponta plana em placas de aço (FONSECA, 2024). O estudo inicial buscou estabelecer uma base sólida para entender como a variação no ângulo de guinada influencia a resistência balística dos materiais, fornecendo dados importantes para o desenvolvimento de soluções de proteção mais eficientes. Com base nesses resultados iniciais, o presente projeto se propôs a aprofundar a análise e expandir o conhecimento sobre os mecanismos de deformação e falha associados a diferentes condições de impacto, ao variar a geometria e o material dos projéteis, com o objetivo de contribuir para o avanço da simulação em proteção balística e para o aprimoramento de materiais utilizados em aplicações de segurança.

Portanto, esta pesquisa se justifica pela sua relevância técnica e prática, representando um avanço significativo no campo da engenharia naval e da segurança marítima. Ao fornecer uma base sólida de conhecimento científico e tecnológico, este estudo contribuirá para a proteção dos interesses nacionais e para o fortalecimento das capacidades de defesa do país.

### 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 2.1 MÉTODOS EXPERIMENTAIS

A determinação do limite balístico de um material pode ser realizada por meio de ensaios padronizados que avaliam a capacidade de resistência do alvo à penetração de projéteis. Entre as principais normativas que regulamentam esses testes, destacam-se a MIL-STD-662F (DOD, 1997), a NIJ Standard-0101.06 (NIJ, 2008) e a ABNT NBR 15000-3 (ABNT, 2022). Todas essas normas adotam metodologias baseadas em testes de impacto balístico, utilizando diferentes abordagens para a obtenção do chamado  $v_{50}$ , a velocidade na qual há uma probabilidade de 50% de penetração total do projétil no alvo.

O procedimento experimental envolve uma série de disparos contra o material em análise, iniciando com uma velocidade aproximada para a obtenção do limite balístico. A verificação da penetração é feita observando se a luz atravessa ou não uma chapa posicionada atrás do alvo. Quando há perfuração completa, a velocidade do próximo disparo é reduzida; caso contrário, ela é aumentada. Os ajustes na velocidade ocorrem em incrementos ou decrementos predeterminados, levando em consideração os resultados dos impactos anteriores. Esse processo é repetido até que se obtenha um número adequado de registros para avaliar o comportamento do material conforme os critérios estabelecidos pelas normas.

A norma MIL-STD-662F, bem como a ABNT NBR 15000-3, calcula o  $v_{50}$  a partir da média das menores velocidades que resultaram em penetração completa e das maiores velocidades que resultaram em penetração parcial, descartando os demais disparos. Já a NIJ Standard-0101.06 recomenda um tratamento estatístico mais sofisticado, utilizando regressão logística para estimar a transição entre regimes de penetração parcial e total. Além disso, permite o uso de outros métodos estatísticos, desde que ofereçam maior precisão na predição do desempenho balístico do material avaliado.

Embora cada norma possua particularidades em sua metodologia, todas compartilham o princípio fundamental de determinar, de forma estatisticamente representativa, a velocidade crítica de impacto para a penetração de projéteis em diferentes materiais. Esse tipo de ensaio é amplamente empregado na indústria de blindagens, na engenharia militar e na pesquisa acadêmica, servindo como referência para a melhoria dos materiais de proteção balística.

Recht e Ipson (1963) apresentaram um modelo para estimar o limite balístico fundamentado nos princípios de conservação do momento e da energia por meio de uma relação matemática entre a velocidade de impacto e a velocidade residual do projétil. Demonstraram que, quando a velocidade de impacto supera um determinado valor crítico, a velocidade residual pode ser prevista pela equação

$$v_r = \begin{cases} 0, & 0 \le v_i \le v_{bl} \\ a \ v_i^2 - v_{bl}^2 \ ^{1/2}, & v_i > v_{bl} \end{cases}$$
(2.1)

onde a é a razão entre a massa inicial do projétil e a massa deslocada a frente após o impacto,  $v_i$  representa a velocidade de impacto e  $v_{bl}$  corresponde ao limite balístico. O modelo assume que tanto a massa do projétil quanto a do material ejetado do alvo permanecem constantes durante o processo de penetração, independentemente da velocidade de impacto. A partir da realização de múltiplos disparos e da medição das velocidades de entrada e saída do projétil, é possível determinar o limite balístico por meio de regressões.

Lambert e Jonas (1976), ao considerar um expoente genérico p, estenderam a formulação de Recht e Ipson e definiram a velocidade residual como

$$v_r = \begin{cases} 0, & 0 \le v_i \le v_{bl} \\ a \ v_i^p - v_{bl}^{p-1/p}, & v_i > v_{bl} \end{cases}$$
(2.2)

onde os parâmetros a e p são constantes que dependem das propriedades do projétil e do alvo,  $v_i$  é a velocidade de impacto e  $v_{bl}$  o limite balístico. Esse modelo pode ser
considerado uma generalização do modelo de Recht e Ipson (1963), sendo este um caso particular em que o parâmetro p assume o valor 2. A principal vantagem do modelo de Lambert e Jonas reside em sua maior flexibilidade para descrever a relação entre a velocidade residual e a velocidade inicial do projétil, permitindo sua aplicação a uma ampla gama de configurações de impacto balístico. Essa adaptabilidade é obtida por meio do ajuste dos parâmetros a e p, os quais podem ser calibrados para representar com maior precisão os dados experimentais, possibilitando uma modelagem mais realista da interação entre projétil e alvo em diferentes condições de impacto.

## 2.2 COMPORTAMENTO DINÂMICO DOS MATERIAIS

Segundo Meyers (1994), a onda de choque é uma perturbação abrupta e intensa que se propaga em um meio, resultando em variações significativas de pressão, temperatura e densidade. Diferentemente de ondas sonoras comuns, que são perturbações suaves e contínuas, a onda de choque apresenta uma transição quase descontínua entre os estados do meio, ocorrendo tipicamente quando um objeto se desloca a velocidades supersônicas ou em eventos de alta energia, como impactos balísticos e explosões. Esse fenômeno está associado à dissipação de energia e à formação de uma frente de choque bem definida, podendo induzir transformações microestruturais no material impactado, alterando suas propriedades mecânicas.

Nessa situação, as relações de Rankine-Hugoniot são fundamentais para descrever o comportamento do meio antes e depois da passagem de uma onda de choque, fornecendo as equações que governam a conservação de massa, quantidade de movimento e energia de choque, expressas por meio das Eqs. 2.3 a 2.5

$$\rho_0 U_s = \rho_1 (U_s - U_p) \tag{2.3}$$

$$\rho_0 U_s U_p = P_1 - P_0 \tag{2.4}$$

$$E_1 - E_0 = \frac{1}{2} P_1 + P_0 V_0 - V_1$$
(2.5)

em que  $\rho$  é a massa específica,  $U_s$  é a velocidade de propagação da onda de choque,  $U_p$ é a velocidade do material atrás da frente da onda, P é a pressão, E é a energia interna específica e V é o volume específico. O índice 0 é referente ao material não perturbado e o índice 1 se refere ao material logo atrás da frente de onda.

Para completar o sistema de equações que descrevem a propagação da onda de choque, emprega-se uma relação empírica polinomial entre  $U_s$  e  $U_p$ , expressa por

$$U_s = C_0 + S_1 U_p + S_2 U_p^2 \tag{2.6}$$

sendo  $C_0$  a velocidade do som no material a pressão zero e  $S_1$  e  $S_2$  constantes empíricas (MEYERS, 1994). Para a maioria dos metais, verifica-se que  $S_2 = 0$ , o que simplifica a equação para

$$U_s = C_0 + S_1 U_p (2.7)$$

Dessa maneira, a solução do problema pode ser formulada em termos de uma única variável, facilitando sua representação matemática. Comumente, essa abordagem é expressa por meio das Eqs. 2.8 a 2.12, que descrevem de forma abrangente o comportamento do sistema sob a influência da onda de choque.

$$V_1 = V_0 \left( 1 - \frac{U_p}{C_0 + S_1 U_p} \right)$$
(2.8)

$$U_p = \frac{C_0}{2S_1} \left( \sqrt{1 + \frac{4S_1 P_1}{\rho_0 C_0^2}} - 1 \right)$$
(2.9)

$$U_s = \frac{C_0}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4S_1 P_1}{\rho_0 C_0^2}} + 1 \right)$$
(2.10)

$$P_1 = \frac{C_0^2 (V_0 - V_1)}{[V_0 - S \ V_0 - V_1]^2}$$
(2.11)

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{C_0 V_0 - V_1^2}{[V_0 - S V_0 - V_1]^2}$$
(2.12)

Quando um projétil atinge um alvo a alta velocidade, a onda de choque gerada pode alterar significativamente a microestrutura do material impactado. Esse fenômeno pode resultar em aumento da densidade devido à compressão extrema, aumento da temperatura, podendo levar à fusão localizada ou à formação de fases metastáveis e mudança nas propriedades mecânicas, como endurecimento por choque ou até mesmo formação de microtrincas e regiões amorfas (ZUKAS *et al.*, 1994). As relações de Rankine-Hugoniot são fundamentais para prever a resposta do material ao choque e entender os processos que ocorrem na zona de impacto.

### 2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS

Para uma descrição mais precisa do comportamento mecânico dos materiais submetidos a impactos de alta velocidade, é essencial considerar o tensor de tensões, que pode ser incorporado por meio de equações constitutivas. Essas equações permitem determinar a distribuição das tensões locais, tornando possível modelar com maior fidelidade os fenômenos que ocorrem na zona impactada.

Durante o impacto balístico, a propagação da onda de choque e a interação com a microestrutura do material geram tensões que frequentemente excedem o limite elástico, levando a deformações irreversíveis no regime plástico. Nessas condições extremas, os materiais experimentam altas taxas de deformação plástica, cuja evolução é governada por equações constitutivas que relacionam a tensão mecânica com variáveis como deformação, taxa de deformação e temperatura (MEYERS, 1994).

Além disso, a competição entre o encruamento dinâmico e o amolecimento térmico desempenha um papel fundamental na resposta do material ao impacto. De forma geral, a tensão de escoamento tende a aumentar com a taxa de deformação, devido ao encruamento por alta taxa de carga, enquanto a elevação da temperatura provoca amolecimento térmico, reduzindo a resistência mecânica do material. Essa interação entre fatores mecânicos e térmicos é particularmente importante em aplicações balísticas, onde a severidade das condições pode levar à formação de bandas de cisalhamento adiabáticas, microtrincas e até fraturas catastróficas. Diante desses efeitos, Johnson e Cook (1983) desenvolveram um modelo constitutivo amplamente utilizado na modelagem do comportamento mecânico de materiais submetidos a impactos balísticos e processos de alta taxa de deformação. Esse modelo expressa a tensão de fluxo como

$$\sigma = A + B\varepsilon^n \quad 1 + C\ln\varepsilon^* \quad 1 - T^{*m} \tag{2.13}$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \tag{2.16}$$

$$T^* = (T - T_r)/(T_f - T_r)$$
 (2.1714)

em que  $\varepsilon^*$  representa a taxa de deformação adimensional, definida em relação a uma taxa de deformação de referência  $\varepsilon_0 = 1,0$ s<sup>-1</sup>. O termo  $T^*$  corresponde à temperatura equivalente, considerando a temperatura de referência  $T_r$  e a temperatura de fusão  $T_f$ , refletindo os efeitos térmicos na resposta do material. Os parâmetros  $A, B, n, C \in m$ são constantes empíricas do material, determinadas experimentalmente e responsáveis por descrever a influência da deformação, taxa de deformação e temperatura na tensão de fluxo.

Para que haja a passagem do projétil durante o fenômeno de perfuração em uma placa, se faz necessária a existência de falha no material. Isso ocorre porque a penetração do projétil em uma estrutura está diretamente associada ao cisalhamento e rasgo do material, ao aumento local de temperatura, às bandas de cisalhamento, aos efeitos da taxa de deformação, entre outros (ALVES, 2020).

A fim de aprimorar a previsão da falha de metais submetidos a impactos de alta velocidade e processos dinâmicos, Johnson e Cook (1985) desenvolveram um modelo de fratura adequado para simulações numéricas. Esse modelo busca descrever a evolução da deformação até a fratura com base em variáveis como triaxialidade da tensão, taxa de deformação e temperatura, fatores essenciais para a compreensão da resposta mecânica do material em condições extremas. A deformação na fratura é definida como

$$\varepsilon^{f} = D_{1} + D_{2} \exp D_{3} \sigma^{*} \quad 1 + D_{4} \ln \varepsilon^{*} \quad 1 + D_{5} T^{*}$$
(2.18)

em que  $\sigma^*$  é o fator de triaxialidade, expresso como  $\sigma^* = \sigma_m / \sigma_{eq}$ , sendo  $\sigma_m$  a tensão média das tensões principais e  $\sigma_{eq}$  a tensão equivalente de von Mises. Esse parâmetro influencia significativamente o processo de fratura, pois reflete o estado de confinamento da tensão no material. A taxa de deformação adimensional é expressa por  $\varepsilon^*$ ,  $T^*$  corresponde à temperatura equivalente e  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  e  $D_5$  são constantes do material, determinadas experimentalmente e responsáveis por caracterizar a influência dos diferentes mecanismos de falha.

O modelo de Johnson-Cook considera que o dano acumulado em um elemento estrutural pode ser calculado como a soma dos incrementos normalizados de deformação plástica ao longo do tempo, expressa pela seguinte equação

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon^f} \tag{2.19}$$

Neste critério, a fratura do material ocorre quando o dano acumulado atinge o valor crítico igual a 1, indicando que a resistência residual do material se esgotou e a falha estrutural é iminente. A importância desse modelo reside na sua capacidade de prever a nucleação e propagação da fratura, tornando-se uma ferramenta essencial em simulações computacionais de impacto balístico, processos de deformação severa e fadiga dinâmica. Além disso, a dependência da triaxialidade da tensão permite que o modelo diferencie entre modos de falha dúctil e frágil, sendo amplamente utilizado em estudos que envolvem materiais metálicos sob altas taxas de carregamento.

# 2.4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E FORMULAÇÃO DIFERENCIAL

A modelagem de diversos fenômenos físicos frequentemente leva à formulação de sistemas de equações diferenciais, cuja resolução pode ser desafiadora ou, em muitos casos, inviável por métodos analíticos. Para lidar com essa complexidade, abordagens numéricas são amplamente utilizadas, transformando as equações diferenciais em sistemas de equações algébricas que podem ser resolvidos computacionalmente.

Uma das principais técnicas numéricas empregadas nesse contexto é o Método dos Elementos Finitos (MEF), que consiste em discretizar o domínio de interesse por meio de uma malha composta por elementos finitos. Dentro de cada elemento, a equação diferencial original é aproximada por funções polinomiais, permitindo obter uma solução numérica aproximada do problema (OTTOSEN; PETERSSON, 1992).

Na presente pesquisa, as equações utilizadas (Eqs. 2.3 a 2.14) são aplicáveis a um choque planar, onde as velocidades de partícula e do choque são paralelas. No entanto, em cenários mais complexos e multidimensionais, esse conjunto de equações se torna insuficiente, exigindo o uso de soluções numéricas mais sofisticadas para capturar adequadamente o comportamento do fenômeno.

O método computacional adotado requer a conversão das equações diferenciais em um sistema de equações algébricas por meio da discretização. Em um sistema de coordenadas lagrangianas, Meyers (1994) apresenta a seguinte formulação

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{2.20}$$

$$\frac{\rho D \boldsymbol{u}}{D t} = -\nabla P \tag{2.21}$$

$$dE + P\frac{dV}{dt} = 0 \tag{2.22}$$

onde D/Dt corresponde à derivada total no referencial lagrangiano e u representa o vetor velocidade.

## **3 METODOLOGIA**

O estudo foi conduzido no software ANSYS/Autodyn, reconhecido por sua capacidade de simular fenômenos dinâmicos de alta velocidade em diferentes dimensões, utilizando um esquema de integração explícita (ANSYS, 2022a). Considerando que impactos com ângulo de guinada introduzem assimetrias no problema, abordagens bidimensionais, sejam planas ou axissimétricas, não capturam adequadamente a complexidade do evento. Por essa razão, optou-se por uma modelagem tridimensional. A simulação foi estruturada com o método de elementos finitos dentro de um referencial lagrangiano, garantindo uma representação mais fiel do comportamento do sistema.

O alvo escolhido foi uma chapa quadrada de aço SAE 4340, com 10 mm de espessura e 200 mm de lado. Para representar o comportamento plástico do material, utilizou-se a equação constitutiva de Johnson-Cook (1983). Já o critério de fratura seguiu o modelo de falha, também proposto por Jonhson-Cook (1985). Os parâmetros estão descritos na Tabela 3.1 considerando ambos os modelos.

		(JOHN	SON; C	200K, 19	983, 198	35).		
Material				Proprie	dades			
	$A \ (MPa)$	$B~({ m MPa})$	n	C	m	$E~({ m GPa})$	$ ho~({ m kg/m^3})$	ν
Aço	792	510	$0,\!26$	0,014	$1,\!03$	200	7830	$0,\!29$
SAE 4340	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$T_m \left( \mathrm{K}  ight)$	$C_p \; ({ m J/kgK})$	
	$0,\!05$	$3,\!44$	-2,12	0,002	$0,\!61$	1793	477	
	A (MPa)	$B \ (MPa)$	n	C	m	$E~({ m GPa})$	$ ho~({ m kg/m^3})$	ν
Ferro	175	380	$0,\!32$	0,060	$0,\!55$	207	7890	$0,\!29$
ARMCO	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$T_m \left( \mathrm{K}  ight)$	$C_p \; ({ m J/kgK})$	
	-2,20	$5,\!43$	-0,47	0,016	$0,\!63$	1811	452	
	$A \ (MPa)$	$B~({ m MPa})$	n	C	m	$E~({ m GPa})$	$ ho~({ m kg/m^3})$	ν
Cobre	90	292	$0,\!31$	$0,\!025$	$1,\!09$	124	8960	$0,\!34$
OFHC	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$T_m ~({ m K})$	$C_p \; ({ m J/kgK})$	
	0.54	4.89	-3.03	0.014	1.12	1356	383	

Tabela 3.1 – Parâmetros dos modelos constitutivos de plasticidade e falha de Johnson-Cook utilizados nas simulações para aço SAE 4340, ferro ARMCO e cobre OFHC, respectivamente (JOHNSON: COOK, 1983, 1985).

Foram utilizados 3 (três) modelos de projéteis flexíveis: ponta plana, redonda, e ogival, com diâmetro de 7,62 mm, volume de 1.042,49 mm<sup>3</sup> e massa de 8,1628 g. Para fins de comparação entre os modelos, os volumes e massas foram mantidos constantes, sendo alterado apenas o comprimento dos projéteis. Os materiais utilizados na modelagem dos projéteis foram: aço SAE 4340, ferro ARMCO e cobre de alta condutividade livre de oxigênio (cobre OFHC). A seleção dos materiais para esta pesquisa, bem como a escolha dos modelos constitutivos, foi fundamentada nos trabalhos de Johnson e Cook (1983, 1985), que se consolidaram como referências essenciais em simulações de impactos balísticos. Esses modelos continuam sendo amplamente utilizados na área, conforme evidenciado em estudos recentes (LI et al., 2023; LIU et al., 2022; WANG et al., 2021).

Nesta pesquisa, todos os corpos foram modelados como sólidos, sem a utilização de elementos de casca. De acordo com a documentação do ANSYS (2022b), recomenda-se o uso de elementos hexaédricos sempre que viável, pois proporcionam uma integração mais precisa e, consequentemente, resultam em soluções com maior exatidão.

A geração das malhas foi realizada por meio do algoritmo nativo do ANSYS. Para os projéteis, utilizou-se o algoritmo de varredura axissimétrica, enquanto a malha do alvo foi criada automaticamente, garantindo exclusivamente elementos hexaédricos. Além disso, a região central da placa, delimitada por um quadrado de 40 mm, recebeu um refinamento adicional para aprimorar a resolução na zona de impacto e perfuração.

Na região central da chapa, os elementos da malha foram dimensionados para coincidir com o tamanho do elemento do projétil, garantindo compatibilidade na discretização, com uma dimensão de 0,625 mm. Nas demais áreas do alvo, adotou-se um comprimento de malha de 10 mm. A Figura 3.1 apresenta a estrutura da malha gerada para a placa, destacando a zona interna refinada, onde os elementos possuem o mesmo tamanho que os do projétil.



Figura 3.1 – Malha gerada para o alvo (esquerda) e detalhe do refinamento da região central (direita), para o caso de tamanho de malha de 0,625 mm ao centro.

A Figura 3.2 exibe as representações dos projéteis em diferentes perspectivas: à esquerda, as vistas laterais em corte, e à direita, as vistas frontais. Essas ilustrações evidenciam os métodos axissimétricos empregados na modelagem de cada geometria, considerando um tamanho de malha de 0,625 mm.





Figura 3.2 – Projéteis de ponta: (a) plana; (b) redonda; (c) ogival.

A Figura 3.3 apresenta a configuração inicial da simulação, na qual o projétil é posicionado a 5,0 mm da superfície do alvo. Essa separação é necessária para que a geração da malha reconheça os dois sólidos como entidades distintas. Além disso, essa folga espacial acomoda possíveis ajustes devido à rotação inicial do projétil.



Figura 3.3 – Condição inicial da simulação, destacando a malha central da placa e do projétil plano (elementos de 0,625 mm, guinada nula). O vetor velocidade está orientado para baixo no eixo vertical.

# 3.1 ESQUEMATIZAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O "*Explicit Dynamics*", uma interface do software ANSYS, é projetado para a análise de fenômenos transientes altamente dinâmicos e não lineares, utilizando uma

formulação explícita baseada no método dos elementos finitos (ANSYS, 2022b). Esse método é particularmente adequado para simulações de impacto, explosões e colisões, onde há grandes deformações e alta taxa de variação das tensões.

No software, os sólidos podem ser definidos como flexíveis ou rígidos. Os corpos rígidos são modelados por meio de um ponto singular que concentra todas as propriedades inerciais, enquanto a geometria é representada por uma superfície discretizada. Nesse caso, a única propriedade material necessária é a massa específica, pois a rigidez do material não influencia a resposta estrutural. Já os corpos flexíveis são modelados levando em consideração todas as propriedades constitutivas do material, como densidade, módulo de elasticidade, taxa de encruamento, comportamento plástico e critérios de falha. Isso permite capturar com precisão as deformações, tensões e mecanismos de falha que ocorrem durante eventos de impacto (ANSYS, 2022b).

Para a presente pesquisa, tanto os projéteis quanto o alvo foram definidos como corpos flexíveis, uma abordagem essencial para uma análise balística realista, pois considera a interação entre os materiais e os efeitos dinâmicos da colisão.

A estratégia de solução inicia-se com a discretização do domínio, seguida pela atribuição das propriedades dos materiais, aplicações de cargas, imposição de restrições e definição das condições iniciais, conforme ilustrado no esquema da Figura 3.4.



Figura 3.4 – Esquema do processo de integração do ANSYS Explicit Dynamics em cada ciclo. Adaptado de Fonseca (2024).

Durante a simulação dinâmica explícita, podem ocorrer variações na conservação da energia, resultando em um parâmetro conhecido como "erro de energia", que avalia a qualidade e a estabilidade do modelo. Esse erro representa a discrepância entre a energia total do sistema e a soma das energias internas, cinéticas e de contato. Caso o erro de energia ultrapasse um limite predefinido a simulação é automaticamente interrompida para evitar resultados inconsistentes.

A construção de elementos de volumes sólidos pode ser realizada por três abordagens principais: hexaedro, tetraedro e pentaedro, cada uma com características que influenciam a precisão e o desempenho da simulação, conforme ilustrado na Figura 3.5. Dentre esses, o hexaedro de integração reduzida de 8 nós é o elemento preferencial no Explicit Dynamics para a modelagem de fenômenos dinâmicos transientes com grandes deformações, devido à sua eficiência computacional e capacidade de capturar respostas mecânicas complexas com maior estabilidade numérica.



Figura 3.5 – Elementos tridimensionais simples (tipicamente usados para representar o estado de tensão tridimensional) e elementos tridimensionais de ordem superior com nós intermediários ao longo das arestas. Adaptado de Logan (2011).

Anderson Jr. e Bodner (1988) discutem a erosão no contexto de impactos balísticos, abordando tanto aspectos analíticos quanto numéricos. Eles destacam que, durante o impacto de projéteis em alvos metálicos, ocorrem deformações severas que podem levar à remoção de material, fenômeno conhecido como erosão. A erosão é influenciada por fatores como a velocidade do projétil, propriedades dos materiais envolvidos e o ângulo de impacto. Os autores enfatizam a importância de modelar adequadamente esses processos erosivos para prever com precisão o comportamento dos materiais sob condições de impacto extremo. Eles também discutem a implementação de critérios de erosão em simulações numéricas, que permitem a remoção de elementos excessivamente deformados, melhorando a estabilidade e a precisão dos modelos computacionais.

# 3.2 EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Os materiais que compõem os modelos foram selecionados no banco de dados do pacote ANSYS. Para a presente pesquisa, foram utilizados 3 (três) materiais: o aço SAE 4340 (STEEL 4340), o ferro ARMCO (IRON-ARMCO) e o cobre OFHC (CU-OFHC-F) contidos na biblioteca "Explicit Materials", os quais possuem o modelo de plasticidade de Johnson e Cook (1983) ilustrados na Figura 3.

🖺 💕 🛃 🔣 📑 Project 🦪 A2:1	Engineerir	ng Data 🗙								
🍸 Filter Engineering Data 🏢 Engineering Data	a Sources									
Toolbox 💌 🕂 🗙	Outline	of Schematic A2: Engineering Data							<b>–</b> P	L X
Physical Properties		A		в	с	D		E		
	1	Contents of Engineering Data	) A	0	8	Source	:	Description		
<ul> <li>Hyperelastic Experimental Data</li> </ul>	2	<ul> <li>Material</li> </ul>								
Hyperelastic		(h) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1					"Fracture Characteristi	cs of Three Metals subjected	to	
	3	S CU-OFHC+		-		1 m e	various strains, strain i Johnson GR, Cook WH	rates, temperatures and pres , J Eng Mech Vol 21, 1985	sures"	-
		A				-	Engng, Frac, Mech, Vo	21. No. 1. pp 31-48, 1985 J	ohnson	+
Thermal	4	W IRON-ARMCO					Cook Cook			
Brittle/Granular	5	STEEL 4340				œ_ E	Engng, Frac. Mech. Vo	21. No. 1. pp 31-48. 1985 J	ohnson	+
Equations of State	*	Olick here to add a new material				·	COOK			
Porosity										
Failure										
Plastic Strain Failure										_
Principal Stress Failure	Properti	ies of Outline Row 5: STEEL 4340							• P	×
Principal Strain Failure		A					В	С	D	Е
Stochastic Failure	1	Property					Value	Unit	8	(þ.)
Iensile Pressure Failure     Crack Softening Failure	2	Material Field Variables				1	Table			
2 Johnson Cook Failure	3	🔁 Density				7	830	kg m^-3		
Grady Spall Failure	4	Specific Heat Constant Pressure, C <sub>2</sub>				4	77	J kg^-1 C^-1		
Erosion	5	🗉 🔀 Johnson Cook Strength								
Custom Material Models	6	Strain Rate Correction				F	rst-Order	•		
	7	Initial Yield Stress				7	,92E+08	Pa		
	8	Hardening Constant				5	,1E+08	Pa		
	9	Hardening Exponent				0	,26			
	10	Strain Rate Constant				0	,014			
	11	Thermal Softening Exponent				1	,03			
	12	Melting Temperature				1	519,9	С		
	13	Reference Strain Rate (/sec)				1				
	14	Bulk Modulus				1	,59E+11	Pa		
	15	Shear Modulus				8	,18E+10	Pa		
	16	🗉 🔁 Johnson Cook Failure								
View All / Customize										

Figura 3.6 – Interface para a escolha do material no banco de dados do ANSYS.

Após a seleção dos materiais, foi necessário realizar modificações para incorporar um modelo de fratura. Neste caso, optou-se pelo modelo proposto por Johnson e Cook (1985), que pode ser visualizado na Figura 3.7.

📫 🖬 🖏 🚳 📲									
🛅 💕 🛃 🔣 📋 Project 🦪 A2:6	Engineerin	g Data 🗙							
🍸 Filter Engineering Data 🎬 Engineering Data	a Sources								
Toolbox 💌 🕂 🗙	Outline	of Schematic A2: Engineering Data						• q	ιx
Physical Properties		A	в	С	D		E		
	1	Contents of Engineering Data 🗦	9	8	Source		Description		
<ul> <li>Hyperelastic Experimental Data</li> </ul>	2	Material							
Hyperelastic     Hyperelastic     Second S		0		_	-	"Fracture Characteristic	s of Three Metals subjected t	0	
	3	V CU-OFHC-F	-		Exp	various strains, strain r Johnson GR, Cook WH.	ates, temperatures and press J Eng Mech Vol 21, 1985	ures" ·	-
		A	_		æ -	Engng, Frac, Mech, Vol	21. No. 1. pp 31-48, 1985 Jo	hnson	1+
	4	W IRON-ARMCO			Ext	Cook			
Brittle/Granular	5	STEEL 4340			😤 Exp	Engng. Frac. Mech. Vol	21. No. 1. pp 31-48. 1985 Jo	hnson	+
Equations of State	*	Click here to add a new material			-	COOK			_
Porosity									
E Failure									
Plastic Strain Failure									
Principal Stress Failure	Propert	es of Outline Row 5: STEEL 4340						- 4	ı x
Principal Strain Failure		А				В	С	D	Е
Stochastic Failure	1	Property				Value	Unit	8	φŢ
Crack Softening Failure	2	Material Field Variables				Table			
2 Johnson Cook Failure	3	🔁 Density			78	30	kg m^-3		
Grady Spall Failure	4	Specific Heat Constant Pressure, C <sub>2</sub>			47	7	J kg^-1 C^-1		
Erosion	5	🗄 🔁 Johnson Cook Strength							
E Custom Material Models	14	🔁 Bulk Modulus			1,	59E+11	Pa		
	15	🔁 Shear Modulus			8,	18E+10	Pa		
	16	😑 📔 Johnson Cook Failure							
	17	Damage Constant D1			0,0	05			
	18	Damage Constant D2			3,4	44			
	19	Damage Constant D3			-2,	,12			
	20	Damage Constant D4			0,0	002			
	21	Damage Constant D5			0,6	51			
	22	Melting Temperature			15	19,9	С		
	23	Reference Strain Rate (/sec)			1				
View All / Customize									

Figura 3.7 – Interface para a inclusão de modelo de falha do ANSYS.

As simulações foram conduzidas até um tempo considerado suficiente para garantir a penetração completa do alvo ou a parada total do projétil. No entanto, em alguns casos, a simulação foi interrompida antes da transfixação completa, com o projétil ainda apresentando velocidade residual. Nesses cenários, foi necessário estender o tempo de simulação para assegurar a obtenção do resultado final.

O alvo foi posicionado de forma que o centro da superfície de impacto coincidisse com a origem do sistema de coordenadas. Suas dimensões maiores estão sobre o plano XY, enquanto a normal da superfície de impacto se alinha ao eixo Z. O projétil foi posicionado com seu eixo principal coincidindo com o eixo Z, apontado no sentido positivo, com velocidade inicial positiva, e sua ponta situada 5,0 mm antes do alvo no sentido negativo do eixo.

Após a conclusão da simulação, as componentes de velocidade do centro de massa do projétil foram extraídas nos eixos  $X, Y \in Z$ , permitindo o cálculo da velocidade

residual como a resultante dessas componentes. Para os casos em que havia variação no ângulo de guinada, o projétil foi rotacionado em torno do eixo Y, mantendo a velocidade de impacto exclusivamente no eixo Z, conforme ilustrado na Figura 3.8.



Figura 3.8 – Projétil de ponta plana orientado com guinada total de 25°, resultante de uma rotação anti-horária em torno do eixo Y. O vetor velocidade está direcionado ao longo do eixo Z, apontando para baixo.

Na presente pesquisa, as simulações foram organizadas em três grupos distintos, de acordo com os materiais utilizados nos projéteis e cada grupo foi subdividido em três categorias, definidas pelas diferentes geometrias de ponta. Essa estruturação possibilitou uma análise sistemática e comparativa entre os materiais e suas respectivas configurações geométricas. A quantidade de elementos e nós para cada geometria modelada é exibida na Tabela 3.2.

Corpo	Pla	ina	Redo	nda	Ogival			
	Elementos	Nós	Elementos	Nós	Elementos Nós			
Placa Ext.	384	864	384	864	384	864		
Placa Int.	65.536	71.825	65.536	71.825	65.536	71.825		
Projétil	3.996	4.598	3.996	4.574	8.208	8.925		
Total	69.916	77.287	69.916	77.263	74.128	81.614		

Tabela 3.2 – Quantidade de elementos e nós utilizados nas simulações.

Para investigar a influência do ângulo de guinada do projétil no limite balístico, foram conduzidos testes considerando diferentes ângulos de incidência em relação ao eixo Y. Os experimentos foram realizados para os ângulos de 0°, 25°, 45°, 60°, 65°, 70° e 75°, permitindo avaliar como a variação da orientação do projétil afeta a penetração no alvo e a velocidade residual.

A determinação do limite balístico foi realizada com base no modelo de regressão proposto por Lambert e Jonas (1976), no qual os parâmetros ajustáveis respondem de maneira distinta às condições de impacto. Segundo os autores, os coeficientes  $p \, e \, v_{bl}$  são altamente sensíveis a impactos com velocidades próximas ao limite balístico, enquanto o parâmetro *a* sofre maior variação quando a velocidade de impacto é significativamente superior a esse limite. Por outro lado, projéteis que atingem o alvo com velocidades abaixo do  $v_{bl}$  não alteram de forma significativa os parâmetros do modelo.

Com essas diretrizes, foram selecionadas velocidades de impacto ligeiramente superiores ao limite balístico, garantindo pelo menos cinco eventos de penetração completa próximos a esse valor. A partir dos dados obtidos, foi aplicada a Eq. (2.2) para ajustar a regressão e determinar os valores dos parâmetros p,  $a \in v_{bl}$ , sendo este último, a referência principal para a análise.

Uma malha inadequada pode comprometer a precisão dos resultados e, em casos extremos, impedir a obtenção de uma solução devido à falta de convergência. A estabilidade da simulação numérica depende diretamente da qualidade da malha, tornando essencial o ajuste do tamanho dos elementos e a escolha de algoritmos apropriados para sua geração. No *Explicit Dynamics*, a avaliação da malha é baseada em critérios que identificam geometrias distorcidas, as quais podem dificultar a convergência ou comprometer a representação física do fenômeno. Dessa forma, a adequação da malha desempenha um papel fundamental na confiabilidade dos resultados obtidos.

Para a detecção de contato entre os corpos foram utilizadas as configurações padrão do ANSYS, incluindo método da Trajetória para a detecção de contato, Força de Penalidade como formulação, e Superfície Discreta para a modelagem do contato deslizante. O Auto Contato do Corpo e o Auto Contato do Elemento foram gerenciados automaticamente pelo programa, enquanto o fator de tolerância foi definido como 0,2, garantindo a interação adequada entre os corpos.

Os coeficientes de atrito adotados variaram conforme os materiais envolvidos. Para o contato entre aço 4340 contra aço 4340, utilizou-se um coeficiente de 0,5. Já para ferro ARMCO e cobre OFHC contra aço 4340, o coeficiente foi ajustado para 0,4. A definição dos coeficientes de atrito mencionados se baseou em referências da literatura, considerando a ausência de uma tabela padronizada que estabelecesse valores fixos para esses materiais em condições específicas. Dessa forma, os valores adotados refletem achados experimentais e estimativas fundamentadas, buscando representar de maneira adequada o comportamento do contato entre os diferentes materiais analisados.

No modelo adotado, a condição de contorno consistiu no engastamento da placa em um suporte fictício, tornando as superfícies laterais do alvo imóveis. A condição inicial foi definida exclusivamente pela velocidade de impacto do projétil no eixo Z. A erosão dos elementos foi configurada para ocorrer em dois critérios: falha do material e limite de deformação geométrica, este último estabelecido na Eq.(3.17), com uma deformação máxima de 2,0. Além disso, a opção "Reter inércia dos materiais erodidos" foi ativada, mantendo a influência inercial dos elementos removidos em todas as simulações realizadas.

#### 3.3 METADADOS

Para assegurar a transparência e a reprodutibilidade dos experimentos numéricos realizados neste estudo, todos os arquivos essenciais foram disponibilizados em um repositório na nuvem. O acervo inclui modelos computacionais configurados no ANSYS, os resultados das simulações, representações gráficas e um script em MATLAB, que pode ser acessado no seguinte link: https://drive.google.com/drive/folders/1fzYTb7pMXpRKP6VVTSBEm8q3SIEcp GkB?usp=drive\_link.

Os arquivos principais incluem projetos do ANSYS com extensão ".wbpj", que exigem a presença de diretórios de mesmo nome para garantir a estrutura correta do modelo. Essas pastas armazenam dados fundamentais, como parâmetros dos materiais, informações geométricas dos corpos simulados e a configuração da malha numérica. Assim, é possível reproduzir as simulações conforme os ajustes originais.

Outro aspecto relevante é a inclusão de detalhes sobre as condições de contorno e as definições de contato entre os materiais, bem como os modelos constitutivos utilizados, permitindo um estudo aprofundado da interação entre projétil e alvo no momento do impacto. A precisão dos resultados depende diretamente dessas configurações.

Para complementar a análise numérica, foi utilizado o script "lambertjonas.m" no MATLAB, Fonseca (2024), responsável por realizar uma regressão baseada na Eq. (2.2). Esse código utiliza como entradas as velocidades de impacto e residual, fornecendo como saída o limite balístico estimado, os coeficientes "a" e "p" e o erro quadrático médio da regressão.

Além disso, os dados coletados das simulações foram organizados na planilha "ballistic\_limit\_simulations.xlsx", que apresenta uma síntese das informações extraídas do ANSYS e dos resultados obtidos pelo modelo de regressão. Esse documento facilita a interpretação dos fenômenos analisados nessa pesquisa.

# **4 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

A fim de se comparar a similaridade dos resultados com o modelo desenvolvido na Metodologia, denominado Malha Reduzida, construiu-se um segundo modelo em que a malha da placa é completamente fina de tamanho 0,625 mm, denominado Malha Completa com um total de 1.642.396 elementos e 1.756.271 nós. Foram realizadas simulações para os casos em que o ângulo de guinada é nulo para ambas as malhas, com o tempo médio de simulações de 14,88 h para a Malha Completa e 1,13h para Malha Reduzida. Os resultados estão dispostos na Tabela 4.1.

Complet	a, para (	o tamanno de maine	t 0,020 mm c angul	J de guillada	total fiulo.
Ângulo	$v_i$	$v_r$ Malha	$v_r$ Malha	Diferença	Diferença
(°)	(m/s)	Reduzida $(m/s)$	Completa $(m/s)$	(m/s)	(%)
0	1100	40,88	$43,\!12$	$2,\!24$	$5,\!192$
0	1110	137,77	$153,\!19$	$15,\!42$	10,061
0	1120	$182,\!12$	$190,\!99$	8,87	4,643
0	1130	$233,\!37$	$226,\!03$	$7,\!34$	$3,\!142$
0	1140	$265,\!86$	$262,\!65$	$3,\!21$	$1,\!203$
0	1150	$285,\!98$	$296,\!83$	$10,\!85$	$3,\!653$
0	1160	$319,\!57$	$315,\!58$	$3,\!99$	$1,\!242$
0	1170	341,81	$340,\!68$	$1,\!13$	0,332
0	1180	$360,\!07$	360, 10	$0,\!03$	0,008
0	1190	$379,\!31$	$381,\!45$	$2,\!14$	$0,\!561$
0	1200	394,75	$394,\!03$	0,72	$0,\!182$

Tabela 4.1 – Velocidade residual para as simulações em Malha Reduzida e em Malha Completa, para o tamanho de malha 0,625 mm e ângulo de guinada total nulo.

As diferenças mínimas e máximas entre as velocidades residuais foram de 0,03 m/s e 15,42 m/s, respectivamente. A regressão de Lambert-Jonas para ambos os modelos está descrita na Tabela 4.2, e os parâmetros obtidos demonstram uma proximidade significativa, evidenciando a consistência da metodologia aplicada. Portanto, o reinamento da malha somente na região central da placa reduz drasticamente o número de nós, o número de elementos, além do tempo de simulação, produzindo resultados muito próximos aos obtidos com a placa completamente refinada.

	$v_{bl}({ m m/s})$	a	p
Malha Completa	1099	0,7356	2,2
Malha Reduzida	1099	0,7839	2,1

Tabela 4.2 – Valores da regressão de Lambert-Jonas para a Malha Completa e a Malha Reduzida, para o tamanho de malha 0,625 mm e ângulo de guinada total nulo.

Na Figura 4.1 é possível visualizar a deformação das malhas após o impacto e observa-se que não há discrepâncias entre os dois modelos simulados. Com essa evidência, aliada ao fato de que a regressão de Lambert-Jonas reproduziu valores muito próximos para o caso particular do ângulo de guinada nulo, optou-se neste trabalho pelo uso da Malha Reduzida para diminuir os tempos de simulação.



Figura 4.1 – Perfuração do alvo para as Malhas Completa (superior) e Reduzida (inferior).

Todas as simulações numéricas convergiram com sucesso e produziram respostas finitas, mesmo embora a velocidade de impacto tenha variado em um amplo espectro (de 975 a 1975 m/s). Isso mostra que o modelo aqui proposto possui estabilidade numérica.

Ao todo, foram realizadas 324 simulações numéricas, sendo 120 para o aço SAE 4340, 102 para o ferro ARMCO e 102 para o cobre OFHC. As geometrias utilizadas foram: ponta plana, redonda e ogival. Cada simulação levou em média 291,05 min para o aço SAE 4340 (total de 587,68 h), 229,75 min para o ferro ARMCO (total de 390,58 h) e 244,54 min para o cobre OFHC (total de 415,72 h). O computador utilizado possui a seguinte especificação: processador Intel® Core<sup>TM</sup> 12<sup>a</sup> geração, i7-12700K, com frequência de 3.60 GHz, e memória RAM de 32,0 Gb.

Após o impacto, observou-se que as deformações ao longo de toda a placa mostraram-se suaves e contínuas, sem deslocamento abruptos, conforme pode ser visualizado na Figura 4.2. Isso indica que as dimensões da placa foram suficientes para acomodar as deformações resultantes da perfuração.



Figura 4.2 – Perfuração do alvo com ângulo de guinada 25° e velocidade de impacto 1300 m/s.

Algumas simulações resultaram em velocidade residual nula, e, do ponto de vista da regressão com a Eq. (2.2), os impactos com velocidade de impacto abaixo do limite balístico não influenciaram no cálculo, sendo necessário para alguns casos realizar simulações adicionais. Os gráficos apresentados nas Figuras 4.3 a 4.5<sup>1</sup> mostram a relação entre a velocidade residual e a velocidade de impacto para diferentes ângulos de guinada. As análises consideram o alvo de aço 4340 e projéteis fabricados em aço 4340, ferro ARMCO e cobre OFHC, com geometrias de ponta plana, redonda e ogival.



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Os gráficos referentes à geometria ogival apresentados neste trabalho ainda estão incompletos, uma vez que as simulações correspondentes não foram finalizadas em tempo hábil. Ressalta-se, contudo, que essa pendência não compromete a validade das análises conduzidas para as demais geometrias. Assim que as simulações forem concluídas, os gráficos serão incorporados a esse trabalho de modo a refletir integralmente os resultados obtidos.



Figura 4.3 – Velocidade residual em função da velocidade de impacto para diversos ângulos de guinada. Alvo no material aço 4340 e projétil de ponta plana, nos seguintes materiais: (a) aço 4340; (b) ferro ARMCO; (c) cobre OFHC.







Figura 4.4 – Velocidade residual em função da velocidade de impacto para diversos ângulos de guinada. Alvo no material aço 4340 e projétil de ponta redonda, nos seguintes materiais: (a) aço 4340; (b) ferro ARMCO; (c) cobre OFHC.





Figura 4.5 – Velocidade residual em função da velocidade de impacto para diversos ângulos de guinada. Alvo no material aço 4340 e projétil de ponta ogival, nos seguintes materiais: (a) aço 4340; (b) ferro ARMCO; (c) cobre OFHC.

Observou-se também que a velocidade residual obtida das simulações é estritamente crescente, em conformidade com o modelo de Lambert-Jonas e, de um modo geral, a modelagem proposta se mostrou coerente com o esperado.

Apesar do impacto normal ser totalmente simétrico em relação aos planos XZ e YZ, em todos os casos, observou-se a existência de velocidades residuais não nulas nas direções X e Y, com magnitude máxima de 9,3 m/s. Além disso, os impactos com guinada total não nulo são simétricos em relação ao plano XZ e foram identificadas velocidades residuais no eixo Y de até 96,40 m/s. Pelas simetrias, essas velocidades deveriam ser nulas, todavia os métodos numéricos propagam ruídos que devem ser contabilizados.

Baseando-se na abordagem proposta por e Vayig e Rosenberg (2021) e utilizado por Fonseca (2024), a normalização das curvas pelo ângulo de guinada zero surge como uma estratégia eficaz para minimizar as discrepâncias numéricas associadas à malha, garantindo maior precisão na análise dos resultados. Essa técnica permite uma melhor interpretação do comportamento do projétil ao longo da variação do ângulo de guinada, destacando tendências que poderiam ser obscurecidas por efeitos numéricos indesejados.

Nesse contexto, as Figuras 4.6 a 4.8<sup>2</sup> apresentam a relação entre o limite balístico e o ângulo de guinada, tanto em valores absolutos quanto normalizados, proporcionando uma visão mais clara da influência desse parâmetro sobre o desempenho do projétil.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Os gráficos referentes à geometria ogival apresentados neste trabalho ainda estão incompletos, uma vez que as simulações correspondentes não foram finalizadas em tempo hábil. Ressalta-se, contudo, que essa pendência não compromete a validade das análises conduzidas para as demais geometrias. Assim que as simulações forem concluídas, os gráficos serão incorporados a esse trabalho de modo a refletir integralmente os resultados obtidos.



Figura 4.6 – Limite balístico em valores absolutos (a) e normalizados pelo impacto normal (b), para a geometria de ponta plana.



Figura 4.7 – Limite balístico em valores absolutos (a) e normalizados pelo impacto normal (b), para a geometria de ponta redonda.



Figura 4.8 – Limite balístico em valores absolutos para a geometria de ponta ogival.

Dessa forma, foi realizada uma regressão polinomial para ajustar os valores obtidos nas simulações, resultando na seguinte expressão

$$v_{bl}/v_{bl0} = b_0 \alpha^3 + b_1 \alpha^2 + b_2 \alpha + b_3 \tag{4.1}$$

em que  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_3$  são coeficientes obtidos pelo método dos mínimos quadrados, cujos valores estão dispostos nas Tabela 4.3 e 4.4, onde  $v_{bl0}$  é o limite balístico quando o ângulo de guinada total é nulo.

	coeficiente	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	RMSD
Aço 4340	$\alpha  \mathrm{em}  \mathrm{graus}$	$-2,9742 \ 10^{-6}$	$3,\!5873\ 10^{\text{-}4}$	$-7,7387 \ 10^{-4}$	$1,\!0005$	0,0067
	$\alpha  {\rm em}  {\rm radianos}$	-0,5594	$1,\!1777$	-0,0443	1,0005	
Forme	$\operatorname{coeficiente}$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	RMSD
r erro	$\alpha  {\rm em}  {\rm graus}$	$-3,9919  10^{-6}$	$4,9454 \ 10^{-4}$	$-5,5519 \ 10^{-3}$	1,0016	0,0117
ARMOO	$\alpha  \mathrm{em}  \mathrm{radianos}$	-0,7508	$1,\!6235$	-0,3181	1,0016	
Cohro	$\operatorname{coeficiente}$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	RMSD
OFUC	$\alpha  {\rm em}  {\rm graus}$	$-3,7697  10^{-6}$	4,8804 10-4	$-6,7940 \ 10^{-3}$	1,0009	0,0068
ULUU	-		1 6001	0.0000	1 0000	

Tabela 4.3 – Coeficientes da regressão polinomial da razão do limite balístico em função do ângulo de guinada total para a Eq. 4.1, considerando a geometria de ponta plana.

	coeficiente	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	RMSD
Aço 4340	$\alpha  {\rm em}  {\rm graus}$	$-3,8390  10^{-6}$	4,4786 10-4	$-2,9530 \ 10^{-3}$	1,0021	$0,\!0156$
	$\alpha  \mathrm{em}  \mathrm{radianos}$	-0,7221	$1,\!4702$	-0,1692	$1,\!0021$	
Forme	$\operatorname{coeficiente}$	$b_0$	$m{b}_1$	$b_2$	$b_3$	RMSD
Ferro	$\alpha  \mathrm{em}  \mathrm{graus}$	$-4,0096 \ 10^{-6}$	4,8186 10-4	$-4,4784  10^{-3}$	1,0018	0,0120
ARMOO	$\alpha  \mathrm{em}   \mathrm{radianos}$	-0,7542	$1,\!5818$	-0,2566	1,0018	
Cohro	$\operatorname{coeficiente}$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	RMSD
OFUC	$\alpha  {\rm em}  {\rm graus}$	$-3,9209  10^{-6}$	$4,9647 \ 10^{-4}$	$-6,7166 \ 10^{-3}$	$1,\!0027$	$0,\!0153$
OFIIC	$\alpha  \mathrm{em}  \mathrm{radianos}$	-0,7375	$1,\!6298$	-0,3848	$1,\!0027$	

Tabela 4.4 – Coeficientes da regressão polinomial da razão do limite balístico em função do ângulo de guinada total para a Eq. 4.1, considerando a geometria de ponta redonda.

A aproximação realizada apresentou uma boa correspondência com os dados experimentais, evidenciada pelo desvio médio quadrático próximo de zero, com um desvio máximo de apenas 0,0156. Dessa forma, é possível obter o limite balístico do impacto normal por meio de experimentos ou simulações numéricas, sendo possível estimar o limite balístico para impactos não normais (ângulo de guinada diferente de zero) utilizando a Eq. (4.1).

Os resultados de limite balístico, os parâmetros adimensionais da Eq. (2.2),  $a \in p$ , e o erro quadrado médio estão dispostos nas Tabela 4.5. a 4.7, para os diferentes materiais.

Ângulo de	Plana					Redonda				Ogival			
guinada (°)	$v_{bl}$	a	p	RMSE	$v_{bl}$	a	p	RMSE	$v_{bl}$	a	p	RMSE	
0	1074	0,7756	$1,\!9$	5,7196	1099	0,7797	$^{2,1}$	6,2541	1149	0,7558	$^{2,4}$	5,7254	
25	1247	0,6630	$^{2,1}$	6,7157	1274	0,7320	$^{2,0}$	8,2833	1332	$0,\!6051$	$^{2,3}$	7,9155	
45	1524	0,5149	$^{2,0}$	6,6810	1549	$0,\!6482$	$1,\!8$	6,0605	1605	0,7489	$1,\!8$	4,5524	
60	1715	0,3428	$^{2,4}$	2,5189	1761	0,3444	$^{2,6}$	6,1221	1792	0,3894	$^{2,6}$	$6,\!6738$	
65	1772	0,2820	$^{2,7}$	4,6588	1821	0,2848	$^{3,1}$	4,2787	-	-	-	-	
70	1824	0,4912	$1,\!9$	9,4144	1868	0,2181	4,1	$6,\!6613$	1868	$0,\!3047$	2,8	3,7290	
75	1823	0,3156	$^{2,4}$	$10,\!1279$	1823	0,4584	$1,\!9$	7,7977	1871	0,3282	2,6	9,0233	

Tabela 4.5 – Limite balístico (m/s), parâmetros  $a \in p$ , e erro quadrado médio (RMSE, em m/s), para o aço 4340.

Ângulo de		Pla	na			Redo	onda			Ogi	val	
guinada (°)	$v_{bl}$	a	p	RMSE	$v_{bl}$	a	p	RMSE	$v_{bl}$	a	p	RMSE
0	1071	$0,\!5710$	$^{2,2}$	2,9843	1074	0,7470	$1,\!9$	$3,\!5017$	1124	0,9709	$1,\!9$	9,7900
25	1197	0,7233	$1,\!9$	12,9069	1222	0,5705	$^{2,3}$	16,3292	1272	0,8019	$1,\!8$	7,2363
45	1474	$0,\!3446$	$^{2,5}$	12,9802	1497	0,9800	$^{1,5}$	13,3573	1524	0,5043	$^{2,0}$	7,2329
60	1690	$0,\!4746$	$^{1,7}$	6,4973	1721	0,3041	$^{2,5}$	$5,\!4335$	-	-	-	-
65	1768	0,2984	$^{2,3}$	$5,\!1490$	1773	0,4836	1,8	5,2286	-	-	-	-
70	1798	0,2118	$^{2,8}$	13,9179	1818	0,2648	$^{2,6}$	$5,\!4576$	-	-	-	-
75	1788	$0,\!9622$	$1,\!2$	6,8908	1793	$0,\!5585$	$^{1,5}$	$5,\!4618$	-	-	-	-

Tabela 4.6 – Limite balístico (m/s), parâmetros  $a \in p,$ e erro quadrado médio (RMSE, em m/s), para o ferro ARMCO.

Tabela 4.7 – Limite balístico (m/s), parâmetros  $a \in p,$ e erro quadrado médio (RMSE, em m/s), para o cobre OFHC.

Ângulo de		Pla	na			Redo	onda			Ogi	val	
guinada (°)	$v_{bl}$	a	p	RMSE	$v_{bl}$	a	p	RMSE	$v_{bl}$	a	p	RMSE
0	991	$0,\!5220$	$^{2,3}$	2,8735	998	$0,\!6787$	$^{2,0}$	$5,\!5062$	1043	0,7922	$^{2,3}$	17,9325
25	1072	0,8916	$^{1,5}$	8,0234	1097	0,7658	1,7	8,5169	-	-	-	-
45	1320	0,8402	$^{1,4}$	12,6311	1316	1,000	$^{1,1}$	12,3464	-	-	-	-
60	1521	0,5102	$^{1,6}$	2,2701	1548	0,5109	1,7	6,7382	-	-	-	-
65	1574	$0,\!5515$	$^{1,5}$	2,6614	1598	0,6833	$^{1,5}$	4,9146	-	-	-	-
70	1621	0,9022	$1,\!3$	6,7869	1623	$0,\!5982$	$^{1,5}$	6,9353	-	-	-	-
75	1622	0,9405	$1,\!2$	5,5539	1621	0,8280	$^{1,3}$	5,5115	-	-	-	-

A Figura 4.9 apresenta um gráfico que relaciona o limite balístico com a geometria do projétil para os três materiais selecionados.



Figura 4.9 – Limite balístico em função das geometrias para diferentes materiais, para o caso do impacto com ângulo de guinada total nulo.

Os resultados experimentais nesse estudo estão alinhados com os reportados na literatura. Em particular, o trabalho de Børvik et al. (2002), citado por Micheli (2008), demonstrou que o limite balístico de projéteis de geometria de ponta plana é inferior ao de projéteis com ponta redonda e cônica.

Nesse estudo, essa evidência foi confirmada, sendo o menor limite balístico obtido para a ponta plana, seguido pela ponta redonda e pela ogival. As diferenças observadas nos limites balísticos são atribuídas à mudança no modo de falha devido ao formato da ponta do projétil, bem como às propriedades do material do projétil, que influenciam a dissipação de energia e às deformações envolvidas. Além disso, a consideração do projétil como corpo flexível permitiu representar de forma mais realista os fenômenos de deformação e interação com o alvo. A inclusão de um coeficiente de atrito também contribuiu para a análise, ao influenciar a resistência à penetração e a distribuição das tensões na interface projétil-alvo.

Dessa forma, os resultados das simulações corroboram os dados experimentais de Børvik et al. (2002), reforçando a validade da metodologia utilizada e destacando a influência da geometria, do material do projétil, da modelagem flexível e da contribuição do atrito na investigação do limite balístico.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS**

Uma investigação computacional da relação entre o ângulo de guinada total ( $\alpha$ ) e o limite balístico ( $v_{bl}$ ) para projéteis em placas de aço, flexíveis, de geometria e material variados, foi realizada por meio de simulações computacionais pelo método dos elementos finitos. Foram realizadas 324 simulações em mais de 1.393 horas para avaliar impactos com ângulo de obliquidade nulo e ângulos de guinada de 0°, 25°, 45°, 60°, 65°, 70°, e 75°. As análises empregaram uma malha de tamanho 0,625 mm, com o objetivo de estimar o limite balístico dos modelos selecionados.

Foram utilizados três modelos distintos de projéteis flexíveis (ponta plana, redonda e ogival), todos com diâmetro de 7,62 mm, volume de 1.042,49 mm<sup>3</sup> e massa de 8,1628 g. Para garantir a comparabilidade entre os modelos, o volume e a massa foram mantidos constantes, alterando-se apenas o comprimento dos projéteis. Os materiais empregados foram aço SAE 4340, ferro ARMCO e cobre OFHC.

Os resultados indicaram que o ângulo de guinada total tem influência significativa no limite balístico. Essa relação foi descrita pela equação  $v_{bl} = b_0 \alpha^3 + b_1 \alpha^2 + b_2 \alpha + b_3$ , Eq.(4.1), onde  $\alpha$  é expresso em radianos. Os valores dos coeficientes da equação em questão, correspondentes aos casos das geometrias de ponta plana e redonda, foram apresentados e detalhados nas Tabelas 4.3 e 4.4.

Os resultados deste estudo estão alinhados com a literatura, em particular com Børvik et al. (2002), confirmando que projéteis com ponta plana apresentam o menor limite balístico, seguidos pelos de ponta redonda e ogival. As diferenças observadas são atribuídas à influência da geometria da ponta no modo de falha e nas deformações, bem como às propriedades do material do projétil, que afetam a dissipação de energia. A modelagem do projétil como corpo flexível permitiu representar de forma mais realista sua interação com o alvo, enquanto a inclusão do coeficiente de atrito contribuiu para a análise da resistência à penetração. Assim, os resultados das simulações corroboram
os dados experimentais da literatura, validando a metodologia adotada e destacando os fatores que influenciam o limite balístico. Dentre os materiais analisados, o aço 4340 apresentou o melhor desempenho, considerando sua resistência mecânica, deformações e distribuição de tensões, tornando-se a opção mais eficiente para aplicações que exigem alta resistência ao impacto.

Com base nos resultados obtidos, visualiza-se como possíveis desdobramentos deste estudo a investigação da relação entre o limite balístico e o ângulo de guinada total para estruturas de alvos combinados, como sistemas multicamadas com materiais compósitos, por exemplo.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, M. Impact engineering: Fundamentals, experiments and nonlinear finite elements. 2020.

ANDERSON JR, C. E.; BEHNER, T.; HOHLER, V. Penetration efficiency as a function of target obliquity and projectile pitch. Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, v. 80, n. 3, 2013. DOI: https://doi.org/10.1115/1.4023342.

ANDERSON JR, C. E. Analytical models for penetration mechanics: A Review. International Journal of Impact Engineering, v. 108, p. 3–26, 2017. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2017.03.018.

ANDERSON JR, C. E.; BODNER, S. R. Ballistic impact: The status of analytical and numerical modeling. International Journal of Impact Engineering, v. 7, n. 1, p. 9–35, 1988. DOI: https://doi.org/10.1016/0734-743X(88)90010-3.

ANSYS. ANSYS Autodyn User's Manual. R2. ed. Canonsburg: ANSYS Inc., 2022a.

ANSYS. Ansys Explicit Dynamics Analysis Guide. R2. ed. Canonsburg: ANSYS Inc., 2022b.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 15000**: Blindagens para impactos balísticos – Classificação e critérios de avaliação. Rio de Janeiro: ABNT, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 15000-1**: Sistema de Blindagem - Proteção Balística Parte 1: Terminologia. Rio de Janeiro: ABNT, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 15000-3**: Sistema de Blindagem - Proteção Balística Parte 3: Determinação do limite balístico V50. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.

BACKMAN, M. E.; GOLDSMITH, W. The mechanics of penetration of projectiles into targets. International Journal of Engineering Science, v. 16, p. 1–99, 1978. DOI: https://doi.org/10.1016/0020-7225(78)90002-2.

BARROSO, D. E. G. **Physics of Nuclear Explosives**. [s.l.] Independently published, 2021. ISBN: 979-8703344972.

BLESS, S. J.; SATAPATHY, S. S.; NORMANDIA, M. J. Transverse loads on a yawed projectile. International Journal of Impact Engineering, v. 23, n. 1 PART I, 1999. DOI: https://doi.org/10.1016/s0734-743x(99)00064-0.

BØRVIK, T. et al. Perforation of 12 mm thick steel plates by 20 mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses: Part I: Experimental study. International journal of impact Engineering, v. 27, n. 1, p. 19-35 e 37-64, 2002.

CAGLIOSTRO, D. J.; MANDELL, D. A.; SCHWALBE, L. A.; ADAMS, T. F.; CHAPYAK, E. J. MESA 3-D calculations of armor penetration by projectiles with combined obliquity and yaw.

International Journal of Impact Engineering, v. 10, n. 1–4, 1990. DOI: https://doi.org/10.1016/0734-743X(90)90050-6.

CARLUCCI, D. E.; JACOBSON, S. S. Ballistics: theory and design of guns and ammunition. Boca Raton: CRC Press/Taylor & Francis Group, 2008. ISBN: 978-1-4200-6618-0.

CHEN, E. P. Finite element simulation of perforation and penetration of aluminum targets by conicalnosed steel rods. **Mechanics of Materials**, v. 10, p. 107–115, 1990. DOI: https://doi.org/10.1016/0167-6636(90)90021-7.

CORBETT, G. G.; REID, S. R.; JOHNSON, W. Impact loading of plates and shells by free-flying projectiles: a review. International Journal of Impact Engineering, v. 18, n. 2, p. 141-230, 1996.

CORRAN, R. S. J.; SHADBOLT, P. J.; RUIZ, C. Impact loading of plates—an experimental investigation. International Journal of Impact Engineering, v. 1, n. 1, p. 3-22, 1983.

DENG, Y. et al. Experimental and numerical study on the ballistic resistance of 6061-T651 aluminum alloy thin plates struck by different nose shapes of projectiles. International Journal of Impact Engineering, v. 160, 1 fev. 2022. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2021.104083.

DEPARTMENT OF DEFENSE. **V50 Ballistic Test for Armor**. MIL-STD 662F Aberdeen: [s.n.], 1997.

DEY, S.; BØRVIK, T.; HOPPERSTAD, O. S.; LEINUM, J. R.; LANGSETH, M. The effect of target strength on the perforation of steel plates using three different projectile nose shapes. **International Journal of Impact Engineering**, v. 30, n. 8–9, 2004. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2004.06.004.

DOLINSKI, M.; RITTEL, D. Experiments and modeling of ballistic penetration using an energy failure criterion. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v. 83, p. 1–18, 30 jun. 2015. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmps.2015.06.004.

FONSECA, L. C. Investigação computacional da relação entre o ângulo de guinada total e o limite balístico para impactadores de ponta plana em placas de aço. 2024. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Defesa) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2024.

GOLDSMITH, W.; FINNEGAN, S. A. Normal and oblique impact of cylindro-conical and cylindrical projectiles on metallic plates. **International journal of impact engineering**, v. 4, n. 2, p. 83-105, 1986.

GOLDSMITH, W. Non-ideal projectile impact on targets. International Journal of Impact Engineering, v. 22, p. 95–395, 1999. DOI: https://doi.org/10.1016/S0734-743X(98)00031-1.

GOLDSMITH, W.; TAM, E.; TOMER, D. Yawing impact on thin plates by blunt projectiles. **International Journal of Impact Engineering**, v. 16, n. 3, 1995. DOI: https://doi.org/10.1016/0734-743X(95)00003-S.

HOLLEY, Alexander Lyman. A Treatise on Ordnance and Armor: Embracing Descriptions, Discussions, and Professional Opinions Concerning the Material, Fabrication, Requirements, Capabilities, and Endurance of European and American Guns for Naval, Sea-coast, and Iron-clad Warfare, and Their Rifling, Projectiles and Breech-loading. Also, Results of Experiments Against Armor, from Official Records. With an Appendix, Referring to Gun-cotton, Hooped Guns, Etc., Etc. D. Van Mostrand, 1865.

IQBAL, Mohammad Ashraf et al. 3D numerical simulations of sharp nosed projectile impact on ductile targets. International Journal of Impact Engineering, v. 37, n. 2, p. 185-195, 2010.

IQBAL, Mohammad Ashraf et al. Effect of projectile nose shape on the ballistic resistance of ductile targets. European Journal of Mechanics-A/Solids, v. 29, n. 4, p. 683-694, 2010.

IQBAL, Mohammad Ashraf; GUPTA, G.; GUPTA, N. K. 3D numerical simulations of ductile targets subjected to oblique impact by sharp nosed projectiles. International Journal of Solids and Structures, v. 47, n. 2, p. 224-237, 2010.

IQBAL, Mohammad Ashraf et al. Influence of projectile shape and incidence angle on the ballistic limit and failure mechanism of thick steel plates. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, v. 62, p. 40-53, 2012.

JANDA, A.; RALPH, B. J.; DEMARTY, Y.; SORGER, M.; EBENBAUER, S.; PRESTL, A.; SILLER, I.; STOCKINGER, M.; CLEMENS, H. Ballistic tests on hot-rolled Ti-6Al-4V plates: Experiments and numerical approaches. **Defence Technology**, 2023. DOI: https://doi.org/10.1016/j.dt.2022.11.012.

JOHNSON, G. R.; COOK, W. H. A Constitutive model and data for metals subjected to large strain rates and high temperatures. *In*: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON BALLISTICS, 7., 1983, Haia. **Anais** [...]. Haia: [s.n.], 1983. p. 541-547.

JOHNSON, G. R.; COOK, W. H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. Engineering Fracture Mechanics, v. 21, n. I, p. 3148, 1985.

JUDICE, L. P. C. Plano Estratégico da Marinha (PEM 2040). Revista Marítima Brasileira, v. 140, n. 10/12, p. 7-30, 2020.

KILIÇ, N.; EKICI, B.; HARTOMACIOĞLU, S. Determination of penetration depth at high velocity impact using finite element method and artificial neural network tools. **Defence Technology**, v. 11, n. 2, p. 110–122, 1° jun. 2015. DOI: https://doi.org/10.1016/j.dt.2014.12.001.

KPENYIGBA, K. M. et al. Effect of projectile nose shape on ballistic resistance of interstitial-free steel sheets. International Journal of Impact Engineering, v. 79, p. 83-94, 2015.

LAMBERT, J. P.; JONAS, G. H. Towards Standardization in Terminal Ballistics Testing: Velocity Representation. ADA021389. Maryland, EUA: USA Ballistic Research Laboratories. Disponível em: <a href="https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA021389">https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA021389</a>. Acesso em: 13 out. 2022. LI, K.; GOLDSMITH, W. A phenomenological model for perforation of moderately thick plates by tumbling projectiles. **International Journal of Solids Structures**, v. 33, n. 24, p. 3561–3575, 1996a. DOI: https://doi.org/10.1016/0020-7683(95)00192-1.

LI, K.; GOLDSMITH, W. An analytical model for tumbling projectile perforation of thin aluminum plates. **International Journal of Impact Engineering**, v. 18, n. 1, p. 45–63, 1996c. DOI: https://doi.org/10.1016/0734-743X(95)00024-8.

LI, K.; GOLDSMITH, W. Impact on aluminum plates by tumbling projectiles: experimental study. International Journal of Impact Engineering, v. 18, n. 1, p. 23–43, 1996b. DOI: https://doi.org/10.1016/0734-743X(95)00025-X.

LI, L.; ZHANG, Y.; CUI, X.; SAID, Z.; SHARMA, S.; LIU, M.; GAO, T.; ZHOU, Z.; WANG, X.; LI, C.. Mechanical behavior and modeling of grinding force: A comparative analysis. Journal of Manufacturing Processes, v. 102, p. 921–954, 2023. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2023.07.074.

LIU, H.; XU, X.; ZHANG, J.; LIU, Z.; HE, Y.; ZHAO, W.; LIU, Z.. The state of the art for numerical simulations of the effect of the microstructure and its evolution in the metal-cutting processes. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**, v. 177, p. 103890, 2022. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2022.103890.

LOGAN, Daryl L. A first course in the finite element method. Thomson, 2011.

MCCOY, R. L. Modern Exterior Ballistics: The Launch and Flight Dynamics of Symmetric **Projectiles**. Atglen: Schiffer Military History, 1999. ISBN: 978-0764307201.

MEYERS, M. A. Dynamic Behavior of Materials. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1994. ISBN: 978-0471582625.

MICHELI, Giancarlo Barbosa. Análise numérico-experimental do impacto em chapas de alumínio aeronáutico. 2008. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

NATIONAL INSTITUTE OF JUSTICE. **NIJ Standard for Ballistic Helmets**. Washington, DC: NIJ Standard-0106.01, 1981. Disponível em: https://ojp.gov/pdffiles1/nij/077182.pdf. Acesso em: 24 jan. 2024.

NATIONAL INSTITUTE OF JUSTICE. Ballistic Resistant Protective Materials. Washington, DC: NIJ Standard-0108.01, 1985. Disponível em: https://ojp.gov/pdffiles1/nij/099859.pdf. Acesso em: 24 jan. 2024.

NATIONAL INSTITUTE OF JUSTICE.Ballistic Resistance of Personal Body Armor.Washington,DC:NIJStandard-0101.04,2000.Disponívelem:https://www.ojp.gov/pdffiles1/nij/183651.pdf.Acesso em: 11 mai. 2024.2024.Disponívelem:

NATIONAL INSTITUTE OF JUSTICE. Ballistic Resistance of Body Armor. Washington, DC: NIJ Standard-0101.06, 2008. Disponível em: https://ojp.gov/pdffiles1/nij/223054.pdf. Acesso em: 24 jan. 2024.

OMIDVAR, Mehdi; ISKANDER, Magued; BLESS, Stephan. Response of granular media to rapid penetration. International Journal of Impact Engineering, v. 66, p. 60-82, 2014.

OTTOSEN, N. S.; PETERSSON, H. Introduction to the Finite Element Method. Trowbridge: Prentice Hall International, 1992. ISBN: 0134738772.

RECHT, R. F. Taylor ballistic impact modelling applied to deformation and mass loss determinations. International Journal of Engineering Science, v. 16, p. 809–827, 1978. DOI: http://doi.org/10.1016/0020-7225(78)90067-8.

RECHT, R. F.; IPSON, T. W. Ballistic Perforation Dynamics. **Transactions of the ASME**, v. 30, n. 3, p. 384–390, set. 1963. DOI: https://doi.org/10.1115/1.3636566.

ROSENBERG, Z.; DEKEL, E. A numerical study of the cavity expansion process and its application to long-rod penetration mechanics. **International Journal of Impact Engineering**, v. 35, n. 3, p. 147–154, 1 mar. 2008. DOI: http://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2007.01.005.

ROSENBERG, Z.; DEKEL, E. The penetration of rigid long rods – revisited. International Journal of Impact Engineering, v. 36, n. 4, p. 551–564, 1 abr. 2009. DOI: http://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2008.06.001.

ROSENBERG, Z.; DEKEL, E. On the deep penetration of deforming long rods. International Journal Solids and Structures, v. 47. n. 2238 - 250, 2010. DOI: of p. 15jan. http://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.09.030.

ROSENBERG, Z.; KOSITSKI, R.; MALKA-MARKOVITZ, A. The effective strength of metallic plates perforated by rigid projectiles. **International Journal of Impact Engineering**, v. 121, p. 35–43, 1 nov. 2018. DOI: http://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2018.07.004.

TAYLOR, G. I. The use of flat-ended projectiles for determining dynamic yield stress I. Theoretical considerations. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A.**, v. 194, n. 1038, 1948. DOI: http://doi.org/10.1098/rspa.1948.0081.

VAYIG, Y.; ROSENBERG, Z. The effect of yaw on the penetration of rigid rods. International Journal of Impact Engineering, v. 148, p. 103748, 1 fev. 2021. DOI: http://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2020.103748.

VAYIG, Y.; ROSENBERG, Z. On the ballistic performance of Weldox steel plates impacted by blunt projectiles. **International Journal of Impact Engineering**, v. 179, 2023. DOI: http://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2023.104639.

WANG, B.; LIU, Z.; CAI, Y.; LUO, X.; MA, H.; SONG, Q.; XIONG, Z.. Advancements in material removal mechanism and surface integrity of high speed metal cutting: A review. International Journal of Machine Tools & Manufacture, v. 166, p. 103744, 2021. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2021.103744.

WILKINS, M. L.; BLUM, R. E.; CRONSHAGEN, E.; GRANTHAM, P. Method for computer simulation of problems in solid mechanics and gas dynamics in three dimensions and time. Livermore, EUA: California Univ., 1974. Disponível em: https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc1024602/. Acesso em: 24 jan. 2024.

ZUKAS, J. A.; NICHOLAS, T.; SWIFT, H. F.; GRESZCZUK, L. B.; CURRAN, D. R. Impact Dynamics. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1982.